UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO CENTRO TECNOLÓGICO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA PROJETO DE GRADUAÇÃO



JOÃO LUCAS MENDES WETLER

USO DO SOFTWARE ANSYS MAXWELL COMO FERRAMENTA DE APRENDIZADO PARA O CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA NAS DISCIPLINAS CONCERNENTES À CONVERSÃO DE ENERGIA

VITÓRIA - ES AGOSTO/2022

JOÃO LUCAS MENDES WETLER

USO DO SOFTWARE ANSYS MAXWELL COMO FERRAMENTA DE APRENDIZADO PARA O CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA NAS DISCIPLINAS CONCERNENTES À CONVERSÃO DE ENERGIA

Parte manuscrita do Projeto de Graduação do aluno **João Lucas Mendes Wetler**, apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para aprovação para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

Aprovada em 24 de agosto de 2022

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Walbermark Marques dos

Santos Orientador

rof. Dra. Jussara Farias Fardin

Universidade Federal do Espírito

Santo (UFES) Examinadora

Macklyster Lanucy Delane Istofel de Lacenda

Msc. Macklyster Lanucy Scherre

Stofel

Universidade Federal do Espírito

Santo (UFES)

Examinador

VITÓRIA - ES AGOSTO/2022

RESUMO

Neste projeto de graduação é apresentado o uso do software ANSYS Maxwell como ferramenta para o aprendizado em sala de aula para os alunos do curso de Engenharia Elétrica. Serão abordados conceitos teóricos referentes às disciplinas pertencentes à área de conversão de energia, que possuem um alto nível de abstração pela impossibilidade da visualização direta de campos elétricos e magnéticos. Por meio do *software*, a observação de tais fenômenos é possível e ajudará a entender esses fenômenos físicos, com suas respectivas modelagens gráficas. Durante a pandemia de coronavírus, os alunos se encontram impossibilitados de vivenciar a experiência prática de algumas disciplinas ministradas em laboratório. Isso reforçou ainda mais a importância do uso de ferramentas gráficas como o *ANSYS Maxwell* para o aprendizado remoto, visto que agora não é apenas um complemento para o ensino, e sim uma necessidade para preencher as lacunas de aprendizado deixadas pela ausência das aulas práticas. O objetivo é demonstrar como o ensino pode ser mais eficiente com as simulações de um transformador ou motor trifásico, por exemplo, e espera-se uma melhor fixação do conteúdo.

Palavras-chave: ANSYS Maxwell. Eletromagnetismo. Conversão de energia. Máquinas Elétricas. Método dos Elementos Finitos. Modelagem. Ensino.

ABSTRACT

In this graduation project, the use of ANSYS Maxwell software is presented as a tool for classroom learning for students of the Electrical Engineering course. Theoretical concepts related to disciplines belonging to the energy conversion area, which have a high level of abstraction due to the impossibility of direct visualization of electric and magnetic fields, will be addressed. Through the software, the observation of such phenomena is possible and will help to understand these physical phenomena, with their respective graphical modeling. During the coronavirus pandemic, students are unable to experience the practical experience of some subjects taught in the laboratory. This further reinforced the importance of using graphical tools such as ANSYS Maxwell for remote learning, as it is now not just a complement to teaching, but a necessity to fill the learning gaps left by the absence of practical classes. The objective is to demonstrate how teaching can be more efficient with the simulations of a three-phase transformer or motor, for example, and a better fixation of the content is expected.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação do vetor densidade de fluxo magnético no ANSYS Maxwell	15
Figura 2 - Interface do MathDF	22
Figura 3 - Resolução do problema de valor inicial no programa	23
Figura 4 - Interface do software	24
Figura 5 - Circuito RLC representado no simulador	26
Figura 6 - Representação do campo elétrico no transformador trifásico no ANSYS Maxwell	130
Figura 7 - Transformador ideal	31
Figura 8 - Circuito equivalente do transformador real	32
Figura 9 - Vista longitudinal de um motor trifásico gaiola de esquilo	33
Figura 10 - Rotor bobinado de um motor de indução	35
Figura 11 - Rotor gaiola de esquilo	36
Figura 12 - Vista em corte do motor e linhas de fluxo magnético do campo girante no softw	are 37
Figura 13 - Circuito equivalente monofásico.	39
Figura 14 - Circuito equivalente com as impedâncias referidas	40
Figura 15 - Fluxo de potência do motor de indução trifásico	40
Figura 16 - Curva conjugado vs. velocidade da máquina de indução	43
Figura 17 - Malha de elementos finitos do sistema	45
Figura 18 - Zoom na malha de elementos finitos do condutor	46
Figura 19 - Representação do vetor densidade de fluxo magnético no exterior do condutor	47
Figura 20 - Representação do vetor resultante	49
Figura 21 - Toróide de seção retangular	51
Figura 22 - Indutor simulado com três anéis de diferentes materiais	52
Figura 23 - Resultado do cálculo da indutância para o toróide	54

Figura 24 - Distribuição do vetor densidade de fluxo magnético B no interior dos indutores	55
Figura 25 - Vetor densidade de fluxo magnético no núcleo do transformador	57
Figura 26 - Linhas de fluxo magnético	57
Figura 27 - Vista superior do transformador em 3D.	58
Figura 28 - Malha de elementos finitos do sistema.	59
Figura 29 - Distribuição e análise vetorial da densidade de fluxo magnético B (em Teslas)	62
Figura 30 - Distribuição do campo magnético B. (a) núcleo de <i>steel_1008</i> (b) núcleo de Mu	
metal	63
Figura 31 - Geometria das ranhuras do estator	65
Figura 32 - Disposição dos enrolamentos nas ranhuras do estator	66
Figura 33 - Geometria das ranhuras do rotor	68
Figura 34 - Parâmetros do circuito equivalente.	71
Figura 35 - Parâmetros elétricos.	72
Figura 36 - Performance do motor.	73
Figura 37 - Curvas do motor simulado no ANSYS	72
Figura 38 - Vista do motor de indução no Maxwell 2D	73
Figura 39 - Plot do vetor densidade de fluxo magnético em diferentes momentos da operação.	74
Figura 40 - Vista 3D em corte do motor de indução	74

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Representação do módulo da densidade de fluxo magnético	50
Gráfico 2 - Representação numérica do vetor resultante	52
Gráfico 3 - Curva B-H do material	58
Gráfico 4 - Tensões induzidas nos enrolamentos	62
Gráfico 5 - Correntes nos enrolamentos do transformador	62
Gráfico 6 - Perdas totais nos enrolamentos do transformador	63
Gráfico 7 - Curva de histerese do Mu metal	65
Gráfico 8 - Curva de Torque x Velocidade	73

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Materiais utilizados no núcleo do toróide	53
Quadro 2 - Raio dos anéis	54
Quadro 3 - Cálculo das indutâncias	55
Quadro 4 - Parâmetros do motor	66

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ESSS Engineering Simulation and Scientific Software

UFES Universidade Federal do Espírito Santo

MEF Método dos Elementos Finitos

RLC Resistor, Indutor e Capacitor

mm Milímetros

LISTA DE SÍMBOLOS

V_{1}	Tensão aplicada no primário (V)
V_{2}	Tensão aplicada no secundário (V)
N_{1}	Número de espiras do primário
N_{2}	Número de espiras do secundário
Φ	Fluxo magnético (Wb)
$\frac{d\Phi}{dt}$	Variação do fluxo magnético no tempo
α	Relação de transformação
R_{1}	Resistência do primário (Ω)
X_{1}	Reatância do primário (Ω)
R_2	Resistência do secundário (Ω)
X_2	Reatância do secundário (Ω)
Pcc	Potência de curto circuito (W)
Vcc	Tensão de curto circuito (V)
Icc	Corrente de curto circuito (A)
Rc	Resistência do núcleo (Ω)
Xm	Reatância de magnetização (Ω)
ns	Velocidade síncrona (rpm)
f	Frequência da fonte de alimentação (Hz)
Hz	Hertz
p	Número de polos
n	Velocidade do rotor (rpm)
S	Escorregamento
fr	Frequência do rotor (Hz)

 R_E Resistência do estator (Ω)

 R_R Resistência do rotor (Ω)

 X_R Reatância do rotor (Ω)

Pentrada (W)

Perdas de perdas no cobre do estator (W)

Potência de perdas no cobre do rotor (W)

 $P_{N\acute{\text{U}}CLEO}$ Potência de perdas no núcleo (W)

Potência no entreferro (W)

*P*_{CONV} Potência convertida mecânica

*P*_{SUP} Potência de perdas suplementares

 P_{AV} Potência de perdas por atrito e ventilação

mT mili Tesla

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Apresentação	14
1.2 Objeto de pesquisa	16
1.3 Justificativa	17
1.4 Objetivos	18
1.4.1 Objetivo Geral	18
1.4.2 Objetivos específicos	18
2 REFERENCIAL TEÓRICO	19
2.1 A importância do uso de softwares nas disciplinas de engenharia	19
2.1.1 Cálculo - Symbolab, Wolfram Alpha, Geogebra e MathDF	22
2.1.2 Cálculo Numérico - AtoZmath	25
2.1.3 Circuitos Elétricos e Eletrônica - Falstad	26
2.2 Recursos e aplicações do software ANSYS Maxwell	27
2.3 Método dos elementos finitos	29
2.4 Transformadores	30
2.4.1 Circuito Equivalente	31
2.5 Motores elétricos	34
2.5.1 Motor de indução	35
2.5.2 Princípio de funcionamento	37
2.5.3 Curva característica da máquina de indução	44
3 SIMULAÇÕES E RESULTADOS NO ANSYS MAXWELL	46
3.1 Condutor retilíneo percorrido por corrente	46
3.2 Indutância de um toróide	51

59 65
65
65
69
72

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação

Ao longo dos anos, muitos alunos dos cursos de engenharia encontram dificuldades em compreender certos fenômenos físicos como comportamento de campos elétricos e magnéticos, além de suas aplicações nos ensaios práticos que demonstram o funcionamento de máquinas elétricas, devido à sua natureza altamente abstrata. Alguns professores se utilizam de diversas formas didáticas para minimizar essa dificuldade como o uso de recursos computacionais, dispositivos e bancadas para ensaio, softwares para modelagem de fenômenos físicos, além de competições entre alunos de outras faculdades através de projetos presentes na UFES.

Obviamente, os conjuntos didáticos presentes nos laboratórios são indispensáveis para o aprendizado dos alunos de engenharia, visto que a vivência do ensaio na prática possibilita a aplicação da teoria vista em sala de aula. Pinto *et al.* comentam que as aulas práticas em laboratórios didáticos despertam nos alunos a vontade de aprender e tais resultados se traduzem na melhoria significativa da qualidade do ensino. Entretanto, os experimentos práticos não permitem aos alunos, por exemplo, a visualização direta das linhas de fluxo magnético ou do campo magnético girante.

Barrios (2007) sugere uma complementação didática por meio da técnica numérica de solução de equações diferenciais parciais, conhecida por Método dos Elementos Finitos (MEF). O MEF é utilizado para simular computacionalmente estruturas planas, espaciais e de geometrias complexas, podendo ser usado em diversas áreas da engenharia como resistência dos materiais, mecânica dos fluidos, dispersão de gases, eletromagnetismo, máquinas elétricas, dentre outros. Com o uso do *software*, podemos representar visualmente gráficos tridimensionais das estruturas estudadas, algo muito enriquecedor para o aprendizado pedagógico visto que seria possível enxergar alguns fenômenos abstratos citados anteriormente, possibilitando uma melhor compreensão do objeto de estudo.

O trabalho terá início com uma fase de estudo e embasamento teórico, além da familiarização com o software de elementos finitos ANSYS Maxwell, licenciado ao Departamento de Engenharia Elétrica da UFES, que será utilizado para a modelagem e estudo de alguns elementos estudados nas disciplinas de Eletromagnetismo e Máquinas Elétricas.

O problema de pesquisa a ser resolvido consiste em encontrar uma maneira de melhorar o aprendizado remoto das matérias citadas. Com o auxílio do ANSYS, os alunos terão um aprendizado diferenciado e, consequentemente, uma melhor fixação do conteúdo.

1.2 Objeto de pesquisa

O trabalho consiste em mostrar as principais funções do software de simulação de campos magnéticos ANSYS Maxwell, bem como suas aplicações no ensino pedagógico do curso de Engenharia Elétrica. O software é capaz de analisar geradores, motores elétricos, sensores, transformadores, além de inúmeros outros dispositivos eletromagnéticos, caracterizando com precisão o movimento não-linear e o transiente dos componentes eletromecânicos. Tais funções, além de permitirem o uso pedagógico da ferramenta, também poderiam ser usadas para simulações de outros circuitos e sistemas integrados, possibilitando o entendimento do desempenho dos sistemas eletromecânicos muito antes de criar um protótipo em hardware. A Figura 1 mostra a visualização do vetor densidade de fluxo magnético (B) através do software.

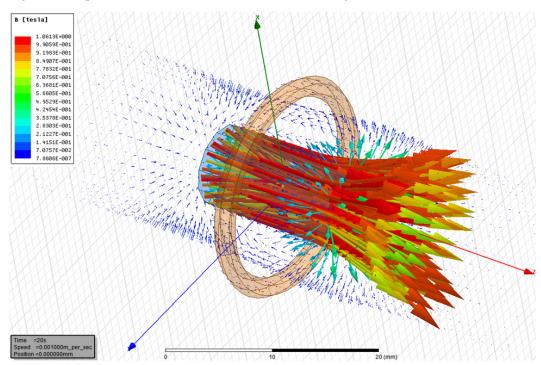


Figura 1 - Representação do vetor densidade de fluxo magnético no ANSYS Maxwell

Fonte: ESSS (2018)

1.3 Justificativa

Muitos alunos dos cursos de engenharia encontram dificuldades no aprendizado de disciplinas que possuem alta complexidade e elevado nível de abstração, mesmo com conteúdos sendo vivenciados em aulas práticas nos laboratórios didáticos. A impossibilidade da visualização direta de alguns fenômenos físicos dificulta a sedimentação do conteúdo. Uma possível solução para tal problema foi proposta por Barrios (2007), através da técnica numérica de soluções de equações diferenciais parciais, conhecida como Método dos Elementos Finitos (MEF), que simula computacionalmente estruturas planas, espaciais e de geometrias complexas.

Basicamente, o MEF utiliza como parâmetros as variáveis nodais de um número finito de pontos previamente escolhidos, denominados de nós. O domínio de integração é subdividido em uma série de elementos finitos ou regiões, ligadas entre si através de um número discreto de pontos nodais. É estabelecido um comportamento local aproximado para cada região, de forma que em qualquer ponto do elemento as incógnitas do problema podem ser definidas em função das mesmas incógnitas nos pontos nodais do elemento. Posteriormente, minimizando o funcional do problema, obtido das somas das contribuições de cada elemento, chega-se a um sistema total de equações, cuja solução permite conhecer os valores das incógnitas nos pontos nodais. A partir de tais valores pode-se calcular outros resultados intermediários.

O *ANSYS Maxwell* é um software de elementos finitos utilizado em inúmeras áreas da engenharia, tendo o foco na simulação de campos magnéticos para a modelagem e análise de diversos dispositivos eletromecânicos. Este trabalho pode abrir portas para o uso do software como ferramenta de estudo e complementação pedagógica, não só no curso de Engenharia Elétrica, como também para as outras diversas áreas da Engenharia que o software é utilizado.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo principal mostrar o uso do software ANSYS Maxwell como ferramenta didática para melhor fixação do conteúdo ministrado no curso de Engenharia Elétrica, através de simulações e modelagem de problemas geralmente propostos durante o ensino das matérias relacionadas à área de conversão de energia, ilustrando o comportamento de fenômenos físicos abstratos que não permitem sua visualização direta. Com tal visualização proporcionada pelo software, torna-se possível uma melhor sedimentação do conteúdo proposto.

1.4.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos do trabalho são

- Apresentar uma introdução à simulação numérica computacional para ajudar na compreensão de fenômenos físicos abstratos, para melhor interpretação de conceitos fundamentais do Eletromagnetismo usados na análise e projeto de máquinas elétricas;
- Apresentar, através de exemplos e problemas geralmente propostos durante o ensino de tais matérias, ferramentas que podem ajudar na solução de problemas reais e complexos da engenharia;
- Simular o campo magnético de um condutor retilíneo percorrido por corrente;
- Simular uma bobina no *software*;
- Simular o funcionamento de um transformador;
- Simular e modelar um motor de indução trifásico no software ANSYS Maxwell;

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 A importância do uso de softwares nas disciplinas de engenharia

Após um período de quase dois anos com aulas online em todas as faculdades do Brasil, por conta da pandemia de coronavírus, o uso de *softwares* para o aprendizado remoto nas disciplinas de engenharia foi essencial para manter a continuidade das atividades. O que já era considerado como uma forte ferramenta para o ensino, agora se consolidou como um elemento primordial para que o aluno possa visualizar da melhor maneira possível os conhecimentos teóricos passados em sala de aula (seja ela presencial ou virtual).

O período da pandemia acelerou muito o desenvolvimento e uso de novas tecnologias em todas as áreas, e na educação não foi diferente. Nunca se imaginou um período com tantas aulas online, e mesmo após o final das restrições algumas faculdades ainda continuam com o ensino híbrido. Isso levanta a discussão sobre o papel ativo dos *softwares* na aprendizagem, pois eles possibilitam que o aluno já consiga estudar antes mesmo da aula presencial, interagindo com o conteúdo através de atividades assíncronas.

Levando em conta a compreensão do conteúdo por parte dos alunos, apenas identificar algum déficit de aprendizagem por parte dos mesmos não é o bastante. Nos dias atuais, um cenário ideal é aquele em que o docente apresenta recursos computacionais e metodológicos que, em conjunto com uma boa retórica em sala de aula, obtenham êxito em promover uma melhor aprendizagem e fixação do conteúdo (ARAÚJO, 2005).

A revolução tecnológica que estamos vivenciando nos dias atuais abre portas para um novo cenário no ambiente educacional. Se compararmos qualquer tipo de atividade desenvolvida hoje com 50 anos atrás, percebemos que tudo mudou e hoje existe uma imensa facilidade para realizar atividades que no passado eram muito mais complicadas, como fazer a comunicação ou mandar

um documento para uma pessoa no exterior, por exemplo. Ou seja, todas as formas de trabalho mudaram, e apenas o ensino na maioria das escolas e universidades continua parecido com o cenário de 50 anos atrás: o professor escrevendo no quadro para os alunos sentados em suas cadeiras com o livro da matéria aberto.

É claro que muitas coisas mudaram desse tempo pra cá, e por isso é de extrema importância que os professores, principalmente de engenharia, se atualizem para que consigam acompanhar o desenvolvimento tecnológico, levando os seus alunos ao máximo aproveitamento do ensino por meio de simulações ou resultados obtidos em *softwares* e através do desenvolvimento da habilidade e da capacidade de aprender a lidar com esses recursos tecnológicos desde o início da graduação, pois o contato com esse tipo de ferramenta será muito bem aproveitado futuramente em suas atividades profissionais. Por meio dela, os alunos irão compreender mais rapidamente o comportamento de fenômenos físicos que necessitam de cálculos extremamente extensos e trabalhosos se feitos em uma folha de papel. De uma forma geral, esses programas aceleram o processo dos cálculos realizados por alunos e engenheiros. Porém, é importante destacar que muitos estudos mostram que o embasamento teórico é essencial para o completo entendimento dos conteúdos estudados, com o uso das simulações sendo utilizado como complemento durante as aulas (MACHADO, SILVA, CARVALHO 2021). Em suma, cada um tem seu papel e grau de importância no ciclo de aprendizado, pois um complementa o outro.

Em estudo realizado por Ives Solano de Araújo para sua tese de doutorado, foi feito o acompanhamento de cerca de 30 estudantes de engenharia da UFRGS, durante o segundo semestre de 2004. Esse estudo foi o segundo de uma série de três, e todos os alunos estavam matriculados na disciplina de Física Geral II - C. Durante as aulas, parte do tempo que seria utilizado para a realização de exercícios foi dedicado a simulações e modelagens computacionais, realizadas em laboratório, com o objetivo de motivar os alunos no estudo do conteúdo programático. Após uma semana da realização das atividades, um aluno de cada grupo foi entrevistado com perguntas relacionadas ao conteúdo trabalhado e às dificuldades que cada um enfrentou no aprendizado do mesmo, além da importância das atividades auxiliares de

simulação. Quando questionados sobre a Lei de Gauss, os alunos se limitaram a mencionar o método para calcular a mesma, sem falar do que se trata ou quais são as grandezas físicas relevantes (ARAÚJO, 2005). Isso mostra que a abordagem tradicional do ensino tende a se preocupar mais com os cálculos matemáticos do que com a abordagem dos conceitos e fenômenos relacionados para a resolução dos problemas. Com isso, os alunos aprendem a matéria, a desenvolver os cálculos para o momento da prova e pouco tempo depois já esquecem todo o conteúdo porque não aprenderam os conceitos, e sim a fazer contas relacionadas ao conteúdo programático da disciplina. A conclusão do estudo está citada abaixo:

"Os resultados obtidos indicam que o uso das atividades exploratórias, mais o método colaborativo presencial, pode ser uma ferramenta potencial para engajar os alunos como participantes ativos de seu aprendizado e como base para a superação das dificuldades no entendimento de conceitos abstratos como campo, fluxo de campo, circulação, superfície gaussiana, linha amperiana, etc. Entretanto, a maioria dos alunos não conseguiu alcançar um entendimento fenomenológico da Lei de Gauss e da Lei de Ampère. Por isso, no terceiro estudo introduzimos, em conjunto com as atividades exploratórias e o método colaborativo presencial, uma reformulação na abordagem tradicional (que privilegia a visão destas leis como métodos para resolver problemas) de modo que a operacionalização matemática seja decorrente de uma abordagem mais conceitual e fenomenológica, e não como um fim em si." (ARAUJO, I. S. Simulação e modelagem computacionais como recursos auxiliares no ensino de física geral. Tese (Doutorado em Ciências) - Programa de Pós-Graduação em Física. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Física, 2005.)

A conclusão da segunda parte do estudo nos mostra a importância da diversificação nos métodos de aprendizagem, para que os alunos não enxerguem as leis da física apenas como fórmulas para decorar e aplicar nos exercícios, e sim entendam todo o conceito por trás dessas leis. É importante ressaltar que essa diversificação ocorre quando todas as ferramentas educacionais são utilizadas em conjunto, ou seja, os métodos computacionais são uma forma didática de complementar e incentivar um aprendizado mais completo e não substituem a explicação da teoria em sala de aula.

Existem inúmeros *softwares* que podem ser utilizados nas mais diversas disciplinas do curso de engenharia, desde o ciclo básico até as matérias mais avançadas. Alguns possuem licenças extremamente caras, que provavelmente um estudante universitário não terá condições de bancar, cabendo à universidade a responsabilidade de adquirir essas licenças para que o uso seja possível

pelos seus alunos. Entretanto, é possível encontrar diversos *softwares* gratuitos em uma versão de teste, com funcionalidades limitadas, mas que podem ser muito úteis em alguns casos, e ainda softwares com licença totalmente gratuita para estudantes, como o famoso AutoCAD, amplamente utilizado tanto por alunos da graduação em fase de aprendizado, como por profissionais formados que produzem seus projetos elétricos, arquitetônicos, hidráulicos e etc. E por último, temos aqueles *softwares* totalmente gratuitos, em que a monetização ocorre por meio de anúncios. O aluno poderá acessar todas as suas funcionalidades, porém terá inúmeras propagandas aparecendo em sua tela. Nos tópicos a seguir será mostrado resumidamente algumas funcionalidades desses *softwares*, que podem ser utilizados desde o primeiro período da graduação em matérias iniciais do curso, em matérias mais específicas e até mesmo por alunos mais avançados de mestrado ou doutorado.

2.1.1 Cálculo - Symbolab, Wolfram Alpha, Geogebra e MathDF

Os softwares *Symbolab* e *Wolfram Alpha* são gratuitos, porém para uma visualização mais completa do desenvolvimento dos cálculos, é preciso pagar uma assinatura relativamente barata, em torno de 20-30 reais mensais (totalmente acessível para estudantes universitários). Enquanto isso, o *MathDF* é totalmente gratuito, mostrando a resolução passo-a-passo dos cálculos, com algumas pequenas propagandas ao final da página, e o Geogebra é gratuito e sem propagandas. A funcionalidade desses softwares é basicamente servir como uma calculadora de limites, derivadas, integrais, equações diferenciais ordinárias, diversas operações com matrizes, séries de potências, dentre outras operações matemáticas lecionadas nas disciplinas de Cálculo I, II, III e IV. Ainda é possível plotar gráficos em 2D e 3D no Geogebra, inclusive com equações paramétricas.

A principal vantagem desse tipo de *software* é permitir que o aluno estude e entenda a matéria sem o auxílio de um professor ou monitor, pois ele poderá resolver os exercícios por conta própria e depois conferir a resposta e o desenvolvimento dos cálculos, apontando os erros ou acertos e possibilitando que suas dúvidas sejam esclarecidas imediatamente. Antes do advento da tecnologia dos softwares educacionais, o aluno precisaria anotar suas dúvidas e aguardar a

próxima aula para perguntá-las ao professor, ou seja, o aprendizado ocorre de maneira mais rápida e eficaz. Além disso, os programas têm a capacidade de resolver integrais e EDOs muito complexas, sendo que o seu uso pode ser feito inclusive por professores, ao prepararem as suas aulas e se depararem com uma questão de nível elevado, o *software* estará lá para lhes mostrar a resolução completa do problema e facilitar o desenvolvimento da aula.

Nas figuras a seguir mostramos a interface do *MathDF* na sua versão online para a resolução de equações diferenciais ordinárias. O programa possibilita ao usuário até a escolha do método de resolução do problema, como exposto na Figura 2:

▲ Equações diferenciais, Calculador × + Q 🖻 🖈 🔲 🕕 Atualizar ⊞ Calculadoras
✓ Calculadora de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) e sistemas de EDOs Calculadora aplica métodos para resolver: separáveis, homogêneos, lineares, primeira ordem, Bernoulli, Riccati, fator integrador, agrupamento diferencial, redução de ordem, não homogêneos, coeficientes constantes. Euler e sistemas — equações diferenciais. Sem ou com condições iniciais (problema de Cauchy) Insira a expressão e pressione 🖆 ou o botão 🖃 Calcular em relação a y v (t v) 0 ► Sistema Automaticamente Automaticament Linear 1 ordem $y''-2y'+y=3\cos(t)+5e^{-2t}$ Agrupamento diferencial Diferencial total 3 $y'' - 2y' + y = 3\cos(t) + 5e^{-2t}, t_0 = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0$ Anúncios Google Não exibir mais este anúncio Anúncio? Por quê? ① ►Mostrar funções de entrada

Figura 2 - Interface do MathDF

Fonte: Autor

Após a escolha do método, o programa exibe uma resolução detalhada do problema de valor inicial em português, ou no idioma escolhido pelo usuário, mostrando o desenvolvimento da solução homogênea, solução particular e aplicação dos valores iniciais. A Figura 3 mostra a resolução da EDO descrita anteriormente:

Figura 3 - Resolução do problema de valor inicial no programa

```
\begin{split} y''-2\,y'+y&=3\,\cos(t)+\frac{5}{e^{2\,t}}\\ \text{Equação linear com coeficientes constantes} &\quad \mathbf{a_0}\,y^{(n)}+\mathbf{a_1}\,y^{(n-1)}+\ldots+\mathbf{a_{n-1}}\,y'+\mathbf{a_0}\,y=f(t)\\ \text{Vamos compor a equação característica} &\quad \mathbf{a_0}\,\lambda^n+\mathbf{a_1}\,\lambda^{n-1}+\ldots+\mathbf{a_{n-1}}\,\lambda+\mathbf{a_n}=0:\\ &\quad \lambda^2-2\,\lambda+1=0\underset{\mathbb{Q}^n}{\mathbb{P}}(\lambda-1)^2=0\\ \text{Encontre raízes }\lambda_1\ldots\lambda_n, \text{ Onde $k$--multiplicidade da raiz, $\tau$--summand para a raiz :}\\ &\quad (\lambda-1)^2\to\lambda_{1,2}=1 &\quad \mathbf{k}=2 &\quad \tau\colon (C_1\,t+C)\,e^t\\ \text{Solução geral há uma soma de somas do formulário:}\\ &\quad y=\sum P_{k-1}(t)\,e^{\alpha t}\,\sin\beta\,t+Q_{k-1}(t)\,e^{\alpha t}\,\cos\beta\,t\\ \text{Onde }\lambda=\alpha\pm\beta\,i\,e\,P_{k-1}(t),\,Q_{k-1}(t)\to C_1+\ldots+C_k\,t^{k-1}\\ \text{Solução geral:}\\ &\quad \overline{y}=(C_1\,t+C)\,e^t \end{split}
```

```
Método dos coeficientes indefinidos - procurar uma solução particular
                Solução particular para o lado direito f_1 + \ldots + f_p = 3 \, \cos \left( t \right) + rac{5}{e^{2\,t}}
   igual à soma de soluções particulares para os lados direitos f_1,\dots,\,f_p=rac{5}{e^2t},\,3\,\cos{(t)}
                                                 Para o lado direito:
                                          e^{lpha\,t}\,\left(P_{\scriptscriptstyle
m m}\left(t
ight)\,\coseta\,t+Q_{\scriptscriptstyle
m m}\left(t
ight)\,\sineta\,t
ight)
                                    Busca-se uma solução particular no formulário:
                                     y_{	ext{i}}=t^{	ext{s}}\,e^{lpha\,t}\left(R_{	ext{m}}\left(t
ight)\,\coseta\,t+T_{	ext{m}}\left(t
ight)\,\sineta\,t
ight)
Onde {\bf s}={\bf 0},\;{\bf E} se {\pmb \alpha}+{\pmb \beta}\,{\pmb i}não é uma raiz da equação char, e {\bf s}={\bf k}— E se raiz \big(\lambda_1\dots\lambda_n\big)
                                                   Solução privada para \frac{5}{e^{2t}}:
                                                    lpha + eta \, i = -2 \, 
ightarrow \, \mathrm{s} = 0
                                                        y_0 = rac{A}{e^{2\,t}}{\downarrow}_?\{1\}
Calcular derivadas:
                                                           y_0' = -rac{2\,A}{e^{2\,t}} \ y_0'' = rac{4\,A}{e^{2\,t}}
                                                 Substituir na equação original:
                                                         \frac{9\,A}{e^{2\,t}}=\frac{5}{e^{2\,t}}
                                                        Encontre coeficientes:
                                                        9\,A=5
ightarrow A=rac{5}{9}
                                                         Substituir em {1}:
                                               Solução privada para 3 \cos{(t)} :
                                                     \alpha + \beta i = i \rightarrow s = 0
                                              y_1 = B \sin \left(t
ight) + A \cos \left(t
ight)_{\downarrow?} \{2\}
                                                       Calcular derivadas:
                                                  y_1' = B\cos\left(t\right) - A\sin\left(t\right)
                                                y_{1}^{\prime\prime}=-B\,\sin\left(t\right)-A\,\cos\left(t\right)
                                                 Substituir na equação original:
                                           2A\sin\left(t
ight)-2B\cos\left(t
ight)=3\cos\left(t
ight)
                                                      Encontre coeficientes:
                                                \left\{ egin{array}{ll} -2\,B = 3 \ 2\,A = 0 \end{array} 
ight. = \left\{ egin{array}{ll} A = 0 \ B = -rac{3}{2} \end{array} 
ight.
                                                         Substituir em {2}:
                                                         y_1 = -\frac{3\sin(t)}{t}
                                                           Resolver equação:
                              m{y} = 	ext{ Solução geral} + 	ext{ Solução privada} = \overline{m{y}} + m{y}_0 + m{y}_1
```

$$y = -\frac{3\sin{(t)}}{2} + C_1 t e^t + C e^t + \frac{5}{9 e^{2t}}$$
 Resolvendo o problema de Cauchy Encontrar C , C_1 Vamos substituir as condições iniciais na solução geral:
$$\begin{cases} y = -\frac{3\sin{(t)}}{2} + C_1 t e^t + C e^t + \frac{5}{9 e^{2t}} \\ y' = -\frac{3\cos{(t)}}{2} + C_1 t e^t + C_1 e^t + C e^t - \frac{10}{9 e^{2t}} \end{cases} \quad \text{em} \quad \begin{cases} t = 0 \\ y = 0 \\ y' = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = C + \frac{5}{9} \\ 0 = C_1 + C - \frac{47}{18} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C = -\frac{5}{9} C_1 = \frac{19}{6} \end{cases}$$

$$y = -\frac{3\sin{(t)}}{2} + \frac{19t}{6} e^t - \frac{5}{9} e^t + \frac{5}{9 e^{2t}} \end{cases}$$

Fonte: Autor

2.1.2 Cálculo Numérico - AtoZmath

Para a disciplina de Cálculo Numérico, lecionada na UFES como Algoritmos Numéricos, o software AtoZmath é de grande utilidade, pois é gratuito e ainda mostra o passo-a-passo detalhado das resoluções de métodos numéricos para obtenção de raízes de equações lineares e não-lineares. Possui praticamente todos os principais métodos para resolução de raízes, como os métodos da bissecção, da falsa posição, e da secante, além do método de Newton Raphson, dentre outros. Ou seja, pode ser útil para outras disciplinas, pois o método de Newton Raphson também é utilizado na disciplina de Análise de Sistemas Elétricos de Potência, por exemplo, para o cálculo de fluxo de potência. Um ponto negativo desse programa é o excesso de propagandas que aparecem durante o seu uso, muitas vezes poluindo a imagem do desenvolvimento dos cálculos e quando o usuário tenta fechá-las, precisa aguardar alguns segundos até que isso seja possível. Apesar disso, possui resolução de métodos de interpolação numérica, como o método das diferenças divididas de Newton e o método de Lagrange, métodos de integração numérica como os métodos de Simpson e regra do trapézio, além de métodos numéricos para resolução de equações diferenciais. A Figura 4 mostra a interface do programa com algumas funcionalidades.

Numerical Methods calculators x +

C ® atozmath.com/Menu/CommMenu.aspx

Numerical Methods Calculators (examples)

1. Find a root an equation using
1. Bisection Method
2. False Position Method
3. Fixed Point Iteration Method
4. Newton Raphson Method
5. Secant Method
6. Muller Method
7. Halley's Method
8. Steffensen's Method
9. Ridder's Method
10. Birge-Vieta method (for nth degree polynomial equation)
11. Bairstow method
11. Bairstow method
12. Find roots of non-linear equations using
13. Numerical Interpolation using
14. Lagrange Interpolation formula
15. Newton's Backward Difference formula
16. Newton's Backward Difference formula
17. Newton's Backward Difference formula
18. Newton's Backward Difference formula
19. Newton's Backward Difference formula
20. Newton's Backward Difference formula
21. Newton's Backward Difference formula
22. Newton's Backward Difference formula
23. Newton's Divided Difference Interpolation formula
24. Lagrange's Interpolation formula
25. Lagrange's Interpolation formula
26. Newton's Divided Difference Interpolation formula
27. Newton's Divided Difference Interpolation formula
28. Divided Difference Interpolation formula
39. Newton's Divided Difference Interpolation formula
40. Divided Difference Interpolation formula
41. Lagrange's Interpolation formula
42. Divided Difference Interpolation formula
43. Newton's Divided Difference Interpolation formula
44. Lagrange's Interpolation formula
45. Divided Difference Interpolation formula
46. Methods Calculators (examples)
47. Newton's Divided Difference Interpolation formula
47. Newton's Divided Difference Interpolation formula
48. Newton's Divided Difference Interpolation formula
49. Newton's Divided Difference Interpolation formula
49. Newton's Divided Difference Interpolation formula
40. Newton's Divided Difference Interpolation formula
40. Newton's Divided Difference Inte

Figura 4 - Interface do software

Fonte: Autor

2.1.3 Circuitos Elétricos e Eletrônica - Falstad

Existem diversos softwares para a simulação de circuitos elétricos, como Falstad e Multisim, Proteus, Ansys, etc. Esses programas mostram a simulação e os cálculos de corrente, tensão e potência para os mais diversos tipos de circuitos elétricos, sejam eles de corrente contínua ou alternada, com componentes ativos e passivos. É muito utilizado em aulas práticas dessas matérias, pois o seu funcionamento nos permite criar um laboratório virtual de circuitos, com uma facilidade muito maior do que usando uma bancada de ensaio propriamente dita, visto que podemos alterar os componentes e seus valores numéricos com apenas um clique, sem precisar usar uma protoboard ou depender da disponibilidade de um componente no laboratório. Além disso, pode ser muito importante na fase inicial da matéria, quando o aluno está no início do aprendizado, visto que não correrá o risco de queimar algum componente se cometer algum erro na montagem. Também pode ser utilizado a fase inicial de trabalhos acadêmicos como teste antes de construir um projeto na prática. Obviamente o uso do software não substitui a aula prática presencial, como citado anteriormente, mas tem uma grande importância no ciclo de aprendizagem do aluno, e provavelmente foi muito utilizado durante o período da pandemia, onde os encontros presenciais eram impossibilitados. A Figura 5 mostra a interface do Falstad simulando um circuito RLC com a forma de onda da tensão em cada componente, cálculo da constante de tempo e frequência de corte do circuito. É possível alterar as condições do circuito a qualquer momento

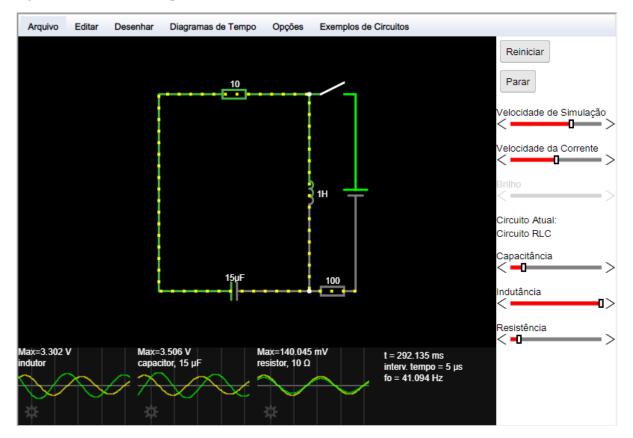


Figura 5 - Circuito RLC representado no simulador

Fonte: Autor

2.2 Recursos e aplicações do software ANSYS Maxwell

A Ansys Inc. é uma empresa mundial fundada em 1970, líder no desenvolvimento de programas de simulação para engenharia. A Ansys desenvolve e comercializa os seus softwares de simulação para uso em todo o ciclo de vida do produto, e os programas desenvolvidos possuem aplicações nas diversas áreas da engenharia como análise estrutural, fluidodinâmica, eletromagnética e multifísica, tanto acadêmicas quanto para a indústria, sendo amplamente utilizado por diversas empresas que desejam testar novos produtos através das simulações e otimizar os seus processos.

O ANSYS é amplamente utilizado para determinar como um produto funcionará com especificações diferentes, sem a necessidade de construir protótipos para a realização de testes. Por exemplo, é possível determinar o comportamento de uma ponte após alguns anos de utilização, bem como o teste de chips de computador e placas de circuito eletrônico sob novas condições e aplicações. São diversos os programas criados pela empresa, sendo os mais utilizados o *ANSYS Workbench*, *ANSYS Mechanical*, *ANSYS HFSS*, dentre outros.

O *Ansys Maxwell* é um software que possibilita a simulação de campos elétricos e magnéticos com alta precisão, além de outras funcionalidades. Para a realização dessas simulações, o programa utiliza o método dos elementos finitos para a resolução dos problemas propostos e determinação da distribuição dos campos vetoriais. O pacote de simulações envolve desde as simulações térmicas até o escoamento de fluídos e é possível fazer todas essas simulações interligadas, e por essas funcionalidades o software é muito utilizado na indústria.

Para o correto uso de todas as suas funcionalidades, deve-se observar bem a definição dos objetivos previamente à simulação. Ou seja, o usuário deve definir se deseja avaliar o campo elétrico ou campo magnético, bem como o regime de operação permanente ou transiente do dispositivo, dentre outras definições. Além disso, é importante a definição do domínio a ser estudado, sendo possível isolar a peça do sistema físico completo para realizar a simulação apenas da parte do problema importante, e definir os limites desse domínio, ou seja, o espaço sobre análise. Por exemplo, é inviável realizar uma simulação de campo magnético de um fio até o infinito, com essa definição vamos analisar o campo magnético dentro de uma região delimitada e se possível realizar simplificações na simulação. Em alguns problemas, também vamos realizar a simplificação da simulação em duas dimensões e a realização de cortes longitudinais no eixo do dispositivo analisado, para uma completa visualização de campos magnéticos em seu interior.

O princípio de funcionamento do software consiste em analisar todos os objetos e dividi-los em elementos com o tamanho reduzido, que irão possuir uma geometria simplificada. A interface do

programa permite construir objetos em 2D (duas dimensões) ou 3D (três dimensões), ou ainda utilizar modelos previamente carregados, como um motor de indução ou transformador, e a partir dos mesmos dimensionar as suas especificações construtivas. Para a análise em 2D, existem seis modos possíveis: Eletrostática (*Electrostatic*), Magnetostática (*Magnetostatic*), Corrente de Foucault (*Eddy Current*), Condução DC (*DC Conduction*), Condução AC (*AC Conduction*) e Transitória (*Transient*).

2.3 Método dos elementos finitos

A análise de elementos finitos é um método para resolver equações diferenciais, que consiste em discretizar o sistema sob análise em vários elementos. Os elementos possuem nós que se deslocam com a aplicação de carregamento e podem fornecer respostas sobre o fenômeno que está se estudando. É um método importante de ser estudado nos cursos de engenharia, visto a necessidade de se analisarem sistemas estruturais mais complexos, com base no uso de modernas técnicas computacionais.

A geometria submetida aos carregamentos e restrições é subdividida em pequenas partes, denominadas de elementos, os quais passam a representar o domínio contínuo do problema. A divisão da geometria em pequenos elementos permite resolver um problema complexo, subdividindo-o em problemas mais simples, permitindo que o computador realize com eficiência tais tarefas. Essas divisões podem apresentar diferentes formas, tais como a triangular, quadrilateral, entre outras, em função do tipo e da dimensão do problema. Como são elementos de dimensões finitas, chama-se de Método dos Elementos Finitos (ESSS, 2016).

Diferente de outros métodos utilizados antigamente, o MEF só tem utilidade prática junto de um computador, devido à quantidade de cálculos realizados na resolução de grandes sistemas de equações lineares. De tal forma, pode-se concluir que o desenvolvimento do MEF tenha praticamente coincidido com a generalização da utilização de computadores nos centros de estudo e aplicação da engenharia (AZEVEDO, 2003).

2.4 Transformadores

O transformador é um equipamento elétrico que transfere energia elétrica de um circuito para outro pelos princípios da indução eletromagnética e sem alteração da frequência. Essa transferência de energia pode acontecer com uma mudança de tensão e de corrente. Possuem diversas aplicações na indústria ou até mesmo residenciais, chegando a medir desde vários metros de altura, como transformadores utilizados em subestações, até caber na palma da mão.

A invenção do transformador tornou possível o desenvolvimento do sistema moderno de distribuição em corrente alternada. A construção de grandes usinas elétricas que usam a força hidráulica de rios para gerar energia criou a necessidade do transporte de energia elétrica por grandes distâncias. Esse transporte é possível graças ao transformador, visto que é feito através de linhas de transmissão em tensão muito elevada, da ordem de centenas de milhares de volts.

O transformador opera baseado nos princípios eletromagnéticos das leis de Faraday e de Lenz. Quando os enrolamentos são alimentados em corrente alternada, ocorre o surgimento de um campo magnético induzido. Ao ser imerso nesse campo magnético, o segundo enrolamento cria uma tensão induzida. Essas duas bobinas são isoladas eletricamente e enroladas em torno de um núcleo magnético comum, sendo a bobina que recebe tensão alternada da fonte chamada de primário e a bobina que fornece energia para a carga, de secundário. A relação de transformação de tensão é calculada como a razão entre o número de espiras do primário e do secundário. Os transformadores podem ser construídos de diversas maneiras, que dependem do tipo de aplicação e de carga que se deseja alimentar, bem como o ambiente que será instalado. Usualmente, o núcleo de aço dos transformadores de baixa frequência é laminado para minimizar a indução de correntes parasitas no núcleo, responsáveis pelas perdas por aquecimento. A Figura 6 apresenta a simulação de um transformador trifásico no software ANSYS Maxwell, sendo representado o vetor campo elétrico.

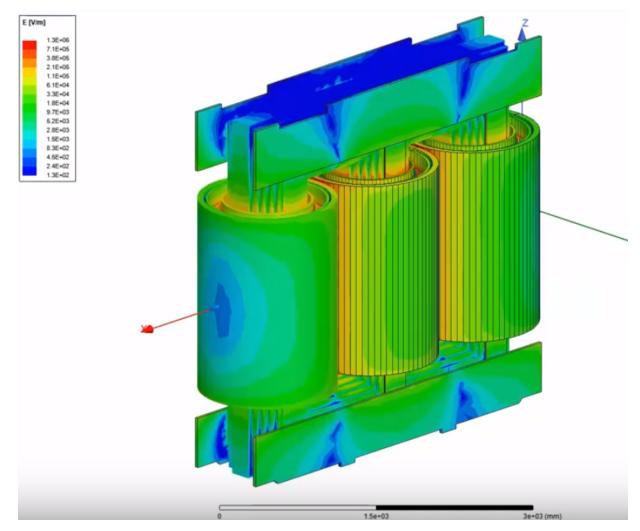


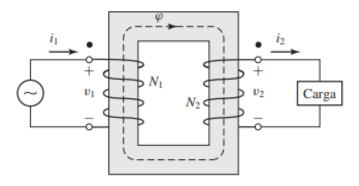
Figura 6 - Representação do campo elétrico no transformador trifásico no ANSYS Maxwell

Fonte: ESSS (2018)

2.4.1 Circuito Equivalente

No estudo dos transformadores, inicialmente é introduzido o conceito do transformador ideal, que possui algumas propriedades e simplificações que facilitam a sua análise. As resistências dos enrolamentos são desprezíveis e todo o fluxo magnético está confinado no núcleo que enlaça os enrolamentos do primário e do secundário. Além disso, a permeabilidade magnética do núcleo tende ao infinito e não existem perdas.

Figura 7 - Transformador ideal



Fonte: Fitzgerald (2014)

Na prática, os transformadores ideais apresentam aproximações muito boas em comparação com o transformador real, que será apresentado posteriormente. De acordo com a Lei de Lenz, podemos definir que quando uma tensão V_1 for aplicada nos terminais do primário, um fluxo ϕ deve ser estabelecido no núcleo. O fluxo do núcleo também envolve o enrolamento secundário, que possui uma tensão induzida V_2 . As tensões no primário e no secundário são dadas pelas expressões expostas na Equação (1):

$$V1 = N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt} \qquad V2 = N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt} \tag{1}$$

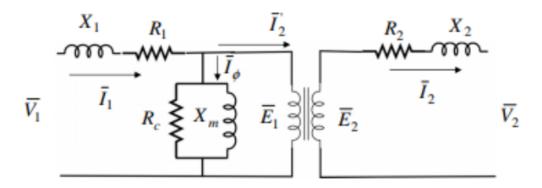
Dado que no transformador ideal não ocorrem perdas no núcleo, tem-se que o termo da derivada é equivalente nos dois termos. Assim, igualando as duas expressões obtemos a relação exibida na Equação (2):

$$\alpha = \frac{N1}{N2} = \frac{V1}{V2} \tag{2}$$

Onde α é a relação de transformação, dada pela razão de espiras entre o primário e o secundário. Para $\alpha > 1$ temos um transformador abaixador, pois seguindo a relação acima, teremos $V_1 > V_2$, ou seja, a tensão de saída é menor que a tensão de entrada. Da mesma forma, para $\alpha < 1$ temos o transformador elevador, com a tensão de saída maior que a de entrada. Ao contrário das tensões, as correntes em cada bobina do transformador são inversamente proporcionais ao número de espiras, e a potência no transformador ideal é mantida constante, com o mesmo valor no primário

e no secundário. Por conta dessa propriedade, a potência líquida é nula, não ocorrendo perdas de potência no transformador ideal. No caso do transformador real, temos o circuito equivalente representado na Figura 8, onde cada elemento do circuito representa um tipo de perda.

Figura 8 - Circuito equivalente do transformador real



Fonte: Internet

As resistências R_1 e R_2 representam as perdas no cobre do primário e secundário, respectivamente. Igualmente, X_1 e X_2 representam as perdas por dispersão de fluxo. Juntos, formam a impedância equivalente do primário e do secundário, que pode ser determinada pelo ensaio de curto circuito do transformador, onde o lado de baixa tensão é curto-circuitado e ajusta-se a tensão no lado de alta até passagem da corrente nominal do transformador. Mede-se então, neste lado, a potência Pcc, a tensão Vcc e a corrente Icc, que são utilizadas para calcular os valores das impedâncias.

O elemento Rc representa as perdas no núcleo, causadas por corrente parasita, enquanto Xm representa as perdas por histerese no núcleo. Ambas podem ser calculadas através do ensaio de circuito aberto, realizado com o lado de alta tensão em aberto e aplicando tensão nominal no lado de baixa. Com isso, é medida a potência, tensão e corrente em vazio, e os valores são usados para calcular os parâmetros Rc e Xm.

Para simplificar o circuito equivalente, refere-se a impedância do secundário para o lado do primário, usando a relação de transformação α. Esse cálculo será explicado com mais detalhes no circuito equivalente do motor de indução, que possui um funcionamento análogo ao transformador.

2.5 Motores elétricos

As máquinas elétricas são equipamentos usados na conversão de energia mecânica em energia elétrica ou vice-versa. O dispositivo que converte energia elétrica em mecânica é chamado de motor, sendo o gerador responsável pelo processo inverso. Tais máquinas possuem, basicamente, duas partes: uma fixa, chamada de estator, e outra móvel, chamada de rotor, fixada sobre um eixo para permitir a sua rotação. Podem ser de corrente contínua ou de corrente alternada. A Figura 9 apresenta a vista longitudinal de um motor trifásico.

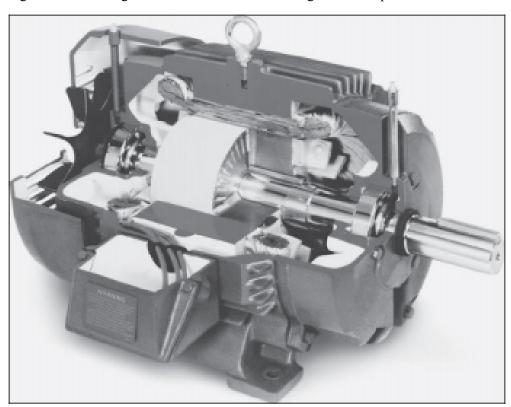


Figura 9 - Vista longitudinal de um motor trifásico gaiola de esquilo

Fonte: FITZGERALD (2014)

Os motores elétricos estão presentes nos mais diversos setores industriais, comerciais e residenciais. O crescimento global do mercado de motores elétricos é causado pela sua grande procura em diversas áreas de aplicação, como refinarias de petróleo, combustível, geração de energia, mineração, transporte e tração elétrica e indústrias de papel, celulose, naval e açúcar. Tais indústrias possuem uma elevada dependência do funcionamento ininterrupto dessas máquinas, que gera um elevado consumo de energia. Logo, é imprescindível o desenvolvimento dos motores elétricos com maior eficiência possível para que o seu uso seja viável a um nível econômico e ambiental.

2.5.1 Motor de indução

O nome máquina de indução se deve ao fato de o enrolamento do estator criar um campo magnético girante que induz corrente alternada no enrolamento do rotor, podendo ser vista como um transformador generalizado em que a potência elétrica é transformada com uma alteração da frequência (FITZGERALD, 2014).

Como dito anteriormente, o motor de indução é composto por um estator e um rotor. O estator é uma coroa cilíndrica composta por um circuito magnético laminado que possui ranhuras igualmente distribuídas em sua superfície interna, onde são armazenadas as bobinas que formam o enrolamento do estator, constituído por um circuito elétrico para cada uma das três fases.

O rotor do motor de indução também é formado por um núcleo ferromagnético cilíndrico e possui ranhuras, podendo ser rotor bobinado e rotor em gaiola de esquilo. No rotor bobinado, representado na Figura 10, o enrolamento trifásico é bem semelhante ao estator. Os terminais das bobinas que formam o enrolamento são conectados a três anéis isolados eletricamente entre si, que possibilitam a ligação do enrolamento ao exterior através de três escovas de carvão fixadas à estrutura do motor. Dessa forma, é possível o acesso ao enrolamento mesmo com o rotor em movimento, através do sistema de contatos móveis formado pelos anéis coletores e escovas. Isso permite a adequação ao tipo de carga acionada pela alteração dos parâmetros elétricos do rotor, através da inserção de resistores externos ao circuito, por exemplo.

ANÉIS COLETORES

ANÉIS COLETORES

CONEXÕES DO ENROLAMENTO AOS ANÉIS

ESCOVAS DE CONTATO

Figura 10 - Rotor bobinado de um motor de indução

Fonte: USP (2006)

Já no caso do rotor gaiola de esquilo, os enrolamentos são em barras condutoras de cobre ou alumínio encaixadas nas ranhuras, conectadas eletricamente por anéis de curto-circuito em cada extremidade do rotor. Caso a gaiola do rotor seja produzida com um material de resistência maior que a do cobre, consequentemente a resistência do rotor irá aumentar. Isso causará um aumento no torque de partida e diminuição da corrente de partida, o que torna esse tipo de rotor interessante para o uso em motores que não estão em operação contínua, mas exigem alto torque de partida. Como desvantagem podemos citar a baixa eficiência devido às perdas no cobre serem muito altas.

Ao contrário do rotor bobinado, o rotor gaiola de esquilo não permite o acesso ao enrolamento com o rotor em movimento, ou seja, os parâmetros elétricos do motor serão definidos pela própria execução.

BARRAS CONDUTORAS DO ROTOR

NÚCLEO ROTÓRICO

ANÉIS DE CURTO-CIRCUITO

Figura 11 - Rotor gaiola de esquilo

Fonte: USP (2006)

2.5.2 Princípio de funcionamento

Primeiramente, o enrolamento do estator é alimentado. A circulação de corrente gerada nesses enrolamentos irá criar um campo magnético girante que roda a uma velocidade, chamada de velocidade síncrona (ns) dada pela Equação (3):

$$ns = \frac{120 \times f}{p} \tag{3}$$

Onde:

f – Frequência da fonte de alimentação (Hz);

p – Número de polos.

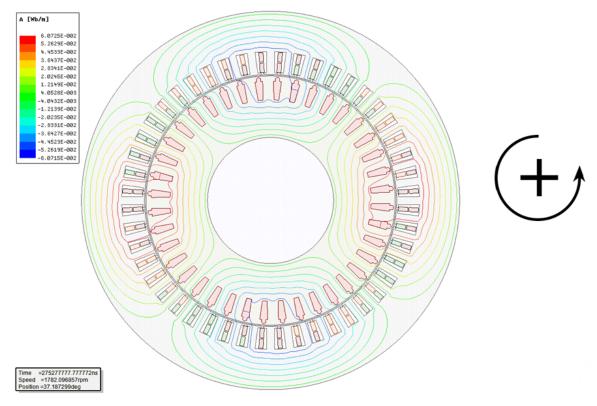


Figura 12 - Vista em corte do motor e linhas de fluxo magnético do campo girante no software

Fonte: ESSS (2018)

Esse campo magnético girante induz uma força eletromotriz sobre os enrolamentos do rotor, o que origina a circulação de corrente. Pela Lei de Lenz, o rotor tende a rodar em torno do eixo à mesma velocidade do campo girante do estator.

O fluxo do estator e do rotor da máquina de indução estão em sincronismo. Entretanto, o rotor em si não gira em sincronismo, e a velocidade de rotação do rotor (n, em rpm), estará sempre abaixo da velocidade síncrona (ns). Essa diferença de velocidade é chamada de escorregamento (s), definido pela Equação (4):

$$s = \frac{ns - n}{ns} \tag{4}$$

Para n = ns, o rotor rodaria à mesma velocidade do campo magnético do estator e não existiria indução de força eletromotriz, ou seja, nessas condições o torque é nulo. Para $n \neq ns$ as correntes

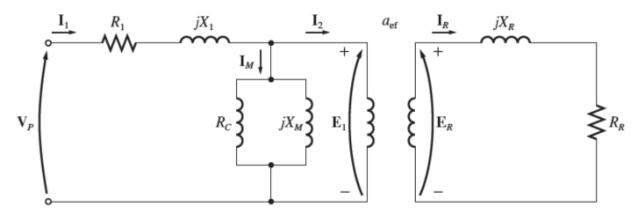
no rotor irão criar também um campo magnético rotórico. Para que exista corrente induzida no rotor é necessário que seus enrolamentos cortem as linhas de fluxo do campo girante e isto apenas ocorre se houver um movimento relativo entre o rotor e o campo girante, induzindo tensões de frequência fr, sendo chamada de frequência de escorregamento no rotor, dada pela Equação (5):

$$fr = s \times f \tag{5}$$

Assim, o comportamento elétrico de uma máquina de indução é similar ao de um transformador, mas apresentando a característica adicional da transformação de frequência produzida pelo movimento relativo entre os enrolamentos do estator e do rotor. Por conta disso, o circuito equivalente monofásico do motor de indução é bem parecido com o do transformador. Na Figura 13 é exposto o equivalente monofásico de um motor de indução, com rotor e estator conectados através de um transformador ideal, que tem relação de espiras α.

Na realidade, uma máquina de indução de rotor bobinado pode ser usada para realizar conversão de frequência. No caso de gaiola de esquilo, os terminais do rotor de um motor de indução podem ser curto-circuitados por construção, ou externamente, no caso do motor de rotor bobinado. O fluxo girante de entreferro induz tensões com a frequência de escorregamento nos enrolamentos do rotor. As correntes do rotor são determinadas então pelas magnitudes das tensões induzidas e pela impedância apresentada pelo rotor na frequência de escorregamento. Na partida, o rotor está parado, o escorregamento é unitário e a frequência de escorregamento no rotor é igual à frequência do estator. Portanto, o campo produzido pelo rotor gira com a mesma velocidade que o campo do estator, resultando um conjugado de partida que faz com que o rotor gire no sentido de rotação do campo do estator (FITZGERALD et al; 2014).

Figura 13 - Circuito equivalente monofásico



Fonte: CHAPMAN (2013)

O estator é representado na Figura pelos elementos R1, que representa as perdas ôhmicas por efeito joule, e X1, que representa as perdas por dispersão do fluxo. Além disso, temos o ramo de magnetização com a resistência Rc, representando as perdas por correntes parasitas e a reatância Xm, reatância de magnetização do motor que representa as perdas por histerese no núcleo. Analogamente, o rotor possui a resistência Rr, que também representa as perdas ôhmicas e reatância Xr, representando as perdas por dispersão de fluxo.

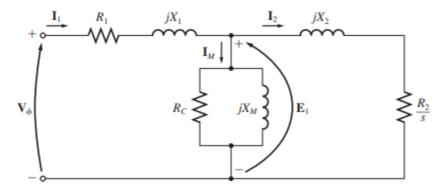
Referindo o circuito do rotor ao primário, é possível fazer uma análise mais simplificada do circuito equivalente. As Equações (6) e (7) mostram como é feito esse cálculo por meio da relação de transformação α.

$$Xr = a^2 \cdot X2 \tag{6}$$

$$\frac{Rr}{s} = a^2 \cdot \frac{R2}{s} \tag{7}$$

Na Figura 14 é exposto o circuito equivalente monofásico do motor de indução, com a impedância do rotor referida ao estator.

Figura 14 - Circuito equivalente com as impedâncias referidas

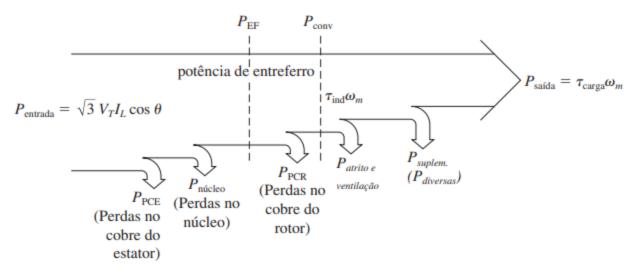


Fonte: CHAPMAN (2013)

O diagrama de fluxo de potência representado na Figura 15 mostra a relação entre a potência elétrica de entrada e a potência mecânica de saída do motor de indução, bem como as demais potências que compõem o desempenho do motor em regime permanente. Observe que o torque de saída na carga é representado pela Equação (8):

$$\tau = \frac{P_{SAIDA}}{\omega} \tag{8}$$

Figura 15 - Fluxo de potência do motor de indução trifásico



Fonte: CHAPMAN (2013)

A potência elétrica de entrada no motor de indução é composta pelas suas respectivas tensões e correntes trifásicas. Observando o circuito equivalente monofásico do motor, representado anteriormente na Figura 14, é possível perceber que o diagrama está relacionado ao mesmo, de modo que as perdas ocorrem na mesma ordem em que os elementos do circuito estão dispostos. Primeiramente tem-se as perdas no cobre do estator, por efeito Joule, seguida das perdas no núcleo, que ocorre através das correntes parasitas e pelo fenômeno de histerese no núcleo. A potência de entrada subtraída desses dois tipos de perdas caracteriza a potência de entreferro, que é transferida do circuito do estator para o rotor da máquina através do entreferro. Feita essa transferência, parte da potência do entreferro é perdida nos enrolamentos do rotor, caracterizando as perdas no cobre do rotor, e a potência remanescente representa a potência mecânica do motor. Finalmente, após a subtração das perdas por atrito e ventilação e das perdas suplementares, temos a potência líquida denominada potência de saída do motor (CHAPMAN, 2013).

As Equações 9, 10, 11, 12, 13 e 14 apresentam as relações usadas no cálculo das potências descritas anteriormente no diagrama de fluxo. Como citado anteriormente, todas essas equações são deduzidas a partir do circuito equivalente monofásico da máquina de indução, sendo possível inclusive perceber que estão dispostas na mesma ordem do diagrama.

$$P_{PCE} = 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2 \tag{9}$$

$$P_{PCE} = 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2$$

$$P_{NÚCLEO} = \frac{3 \cdot E_1^2}{R_C}$$
(10)

$$P_{EF} = P_{ENTRADA} - P_{PCE} - P_{N\acute{U}CLEO} \tag{11}$$

$$P_{EF} = 3 \cdot I_2^2 \cdot \frac{R_2}{s} \tag{12}$$

$$P_{PCR} = 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2 \tag{13}$$

$$P_{CONV} = P_{EF} - P_{PCR} \tag{14}$$

A potência mecânica convertida é a potência "remanescente" do circuito equivalente, após todas as demais potências de perdas serem subtraídas da potência de entrada. Manipulando algebricamente as equações, e substituindo P_{EF} (12) e P_{PCR} (13) na fórmula da P_{CONV} (14), chega-se numa nova fórmula na simplificação exposta na Equação (15):

$$P_{CONV} = 3 \cdot I_2^2 \cdot \frac{R_2}{s} - 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2$$

$$P_{CONV} = 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2 \cdot \left(\frac{1-s}{s}\right)$$

$$P_{CONV} = P_{PCR} \cdot \left(\frac{1-s}{s}\right) \tag{15}$$

Da mesma forma, substituindo (12) na equação da potência de entreferro (13), tem-se a Equação (16):

$$P_{PCR} = s \cdot P_{EF} \tag{16}$$

Assim, manipulando mais uma vez as novas equações obtidas e substituindo (16) em (15):

$$P_{CONV} = (1 - s)P_{FF} \tag{17}$$

Da Equação (16) é possível concluir que as perdas ôhmicas no rotor são um fração das perdas no entreferro. Portanto, quanto menor o escorregamento, menores serão as perdas no cobre do rotor. Essa informação pode ser validada ao observar que, na condição de rotor bloqueado (s=1) a potência de entreferro será consumida integralmente no rotor (CHAPMAN, 2013). Ou seja, motores com valor alto de escorregamento são ineficientes. Por fim, se conhecidas as perdas suplementares e as perdas por atrito e ventilação, obtemos a Equação (18), que finaliza o diagrama de fluxo de potência da máquina de indução:

$$P_{SAÍDA} = P_{CONV} - P_{AV} - P_{SUP} \tag{18}$$

2.5.3 Curva característica da máquina de indução

A curva característica da máquina de indução permite observar os modos de operação da máquina. A Figura 16 mostra essa curva de conjugado x velocidade para um típico motor gaiola de esquilo, bem como a sua operação para diferentes faixas de escorregamento.

Motor Região Região Região de frenagem como gerador como motor 40 60 80 120 140 20 100 160 180 200 220 -60-40Velocidade em porcentagem da velocidade síncrona 1,0 0,8 0,6 0,4 0,2 2,0 1,4 1,2 $0 \quad -0.2 \quad -0.4 \quad -0.6 \quad -0.8 \quad -1.0 \quad -1.2$ 1,6 Escorregamento como fração da velocidade síncrona

Figura 16 - Curva conjugado vs. velocidade da máquina de indução

Fonte: FITZGERALD (2014)

Assim, a faixa de operação da máquina é definida pelo escorregamento e dada por:

- s < 0: Gerador
- $0 < s \le 1$: Motor
- s > 1: Frenagem

Com base na Equação (4) que define o escorregamento em função da velocidade síncrona e velocidade do rotor, é possível concluir que na operação como gerador a velocidade de rotação é maior que a velocidade síncrona, o que torna o escorregamento negativo. Nesta região, a

máquina recebe energia através do eixo e fornece potência elétrica através dos seus terminais. Na região de funcionamento como motor, o rotor gira no mesmo sentido do campo girante do estator, com velocidade inferior. Já na região de frenagem o rotor gira no sentido contrário ao campo girante, gerando um torque também contrário em relação ao eixo para que o motor pare. Essa ação de frenagem faz com que o motor absorva potência mecânica, que é dissipada nos enrolamentos. Neste projeto de graduação o foco é na simulação da máquina operando como motor, portanto essa região será abordada com maiores detalhes.

O torque de partida do motor ocorre quando s=1 e normalmente os motores são projetados para que esse torque nominal seja menor que o torque máximo. Esse torque máximo ocorre no escorregamento máximo, sendo possível considerar a curva de Torque-Escorregamento entre o ponto sem carga (s=0) e um ponto após o torque máximo ($s>s_{máx}$) como linear. Se uma carga com torque maior que o torque máximo da máquina for inserida, o motor irá desacelerar até parar.

3 SIMULAÇÕES E RESULTADOS NO ANSYS MAXWELL

Nesta seção serão apresentadas as simulações no *software ANSYS Maxwell*, tema principal deste projeto de graduação. Será dividido em quatro etapas, sendo a primeira a apresentação do campo magnético gerado por um condutor retilíneo percorrido por corrente. A segunda simulação é a de uma toróide, onde será feito o cálculo da indutância. A terceira e quarta serão de transformadores monofásico e trifásico, respectivamente, e por fim temos a simulação de um motor de indução trifásico. Serão apresentados os gráficos das variáveis de cada simulação sob diferentes condições, além dos diagramas representando plots dos vetores densidade de fluxo magnético e linhas de fluxo no *software*.

3.1 Condutor retilíneo percorrido por corrente

O primeiro passo da simulação é definir os materiais e medidas do condutor, bem como os limites da simulação. O condutor representado tem 10mm de diâmetro, com um limite de 200mm escolhido para a representação da simulação. Isso significa que teremos um círculo com 200mm de diâmetro preenchido com o material escolhido para a simulação, que nesse caso será o ar, com permeabilidade relativa de 1,00000004. Na Figura 17 tem-se a malha de elementos finitos do sistema.

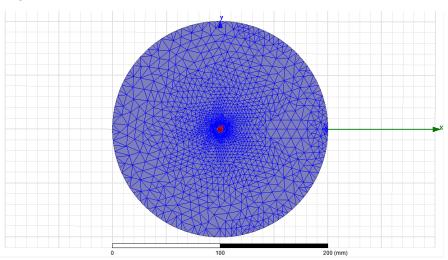


Figura 17 - Malha de elementos finitos do sistema

Perto do condutor a malha é muito mais refinada, nas bordas do limite de simulação ela menos refinada e ao redor do círculo que delimita a simulação a malha é mais espaçada. Como os limites da simulação são muito maiores que o condutor, proporcionalmente, fica mais difícil de enxergar a malha do mesmo, e a Figura 18 nos mostra um *zoom* da malha, representando o condutor com mais detalhes.

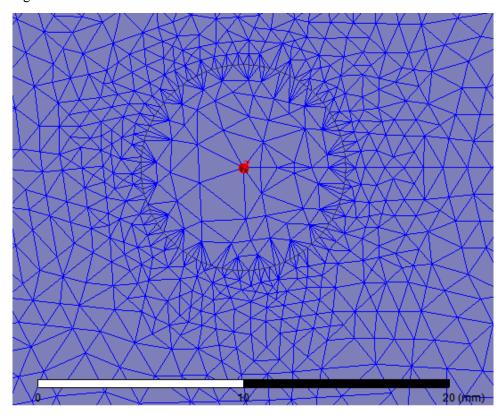


Figura 18 - Zoom na malha de elementos finitos do condutor

Fonte: Autor

A malha é mais refinada perto das bordas do condutor, onde temos um campo magnético mais intenso. Por conta disso, o programa cria uma malha com elementos de menor tamanho, para uma precisão maior nos valores calculados. Esses parâmetros podem ser manipulados manualmente através das configurações do programa, onde definimos um número máximo de elementos. Isso irá influenciar na precisão do cálculo feito pelo *software*, e quanto maior esse número máximo de elementos, mais memória o programa consome.

Após todas as definições corretamente atualizadas no programa, será feito o plot para visualização do vetor campo magnético, que é um dos objetivos principais dessa primeira parte. O condutor está disposto ao longo do eixo z, conforme visto nas figuras anteriores, e a sua corrente está no sentido positivo, ou seja, para fora do papel. O módulo da corrente é de 100 A e de acordo com a regra da mão direita, o campo magnético ficará disposto no sentido anti-horário. A Figura 19 mostra essa representação dada pelo *software*, dentro do seu respectivo domínio.

B[tes1a] 4.0045e-003 3.7542e-003 3.5039e-003 3.2536e-003 3.0033e-003 2.7531e-003 2.5028e-003 2.2525e-003 2.0022e-003 1.7520e-003 1.5017e-003 1.2514e-003 1.0011e-003 7.5084e-004 5.0056e-004 2.5028e-004 4.1957e-009

Figura 19 - Representação do vetor densidade de fluxo magnético no exterior do condutor

Fonte: Autor

Para a validação dos resultados, será feita a comparação dos resultados da simulação com a resolução teórica das equações algébricas que definem o problema do condutor retilíneo infinitamente longo percorrido por corrente. Também será plotado o gráfico do módulo do vetor densidade de fluxo magnético em função do tempo.

A Equação (19) define o campo magnético no interior do condutor, enquanto (20) representa o módulo do vetor no exterior do condutor retilíneo, ambos em Tesla (T). Além disso, μ 0 representa a permeabilidade relativa no vácuo, ρ é a distância até o centro do condutor e "a" é o raio do condutor :

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I \rho}{2\pi a^2} \vec{a}_\phi \tag{19}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I}{2\pi\rho} \vec{a}_{\phi} \tag{20}$$

Desenvolvendo os cálculos a partir das Equações (19) e (20), é possível verificar que os resultados representados no Gráfico 1 condizem com a realidade. O gráfico representa o módulo do vetor campo magnético B, dado em mT, em função da distância, dada em mm. É possível perceber que quando a distância tende ao infinito, o módulo do campo tende a zero, validando o resultado teórico da simulação novamente.

XY Plot 1 Curve Info 4.00 Name 3.50 5.0000 4.0009 m2 10.0000 2.0024 25.0000 0.8009 3.00 m5 50.0000 0.4012 75.0000 0.2670 Mag_B [mTesla] 00.00 1.50 1.00 m5 ▽ 0.50 40.00 60.00 Distance [mm]

Gráfico 1 - Representação do módulo da densidade de fluxo magnético

Inserindo outro condutor retilíneo percorrido por uma corrente no sentido oposto do primeiro, o módulo da densidade de fluxo magnético irá sofrer uma alteração, e no ponto médio da distância entre os dois condutores será nulo, dado que o vetor gerado por cada um dos condutores terá o mesmo módulo, porém sentidos opostos. A Figura 20 apresenta o vetor resultante em todo o domínio da simulação, em que o centro dos condutores está separado por uma distância de 100mm e o ponto médio entre eles fica sobre o eixo z.

4.1933e-003 3.9312e-003 3.6691e-003 3.4070e-003 1450e-003 2.8829e-003 2.6208e-003 2.0966e-003 8346e-003 1.5725e-003 3104e-003 .0483e-003 7.8625e-004 5.2417e-004 2.6210e-004 1.8653e-008

Figura 20 - Representação do vetor resultante

Fonte: Autor

Através do Gráfico 2, podemos validar os resultados numéricos da simulação. Esse gráfico apresenta o módulo do vetor resultante em função da distância do primeiro condutor, com o eixo das ordenadas dado em mT e o das abscissas em mm. O condutor da direita é percorrido por uma corrente de 100 A no sentido positivo do eixo z, enquanto o condutor da esquerda tem a corrente de mesmo módulo porém no sentido negativo.

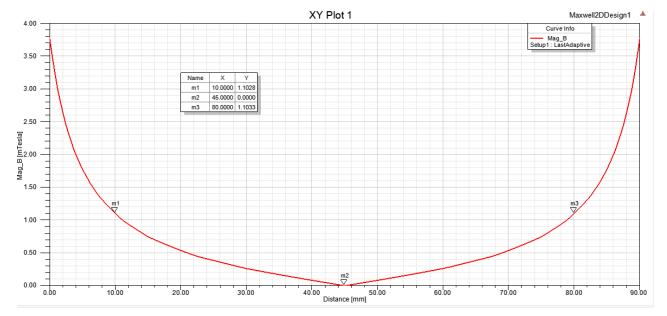


Gráfico 2 - Representação numérica do vetor resultante

3.2 Indutância de um toróide

Nesta seção será realizada a simulação de um toróide, para o cálculo da indutância e demais plots de campo magnético. A Figura 21 nos mostra a seção transversal de um toróide de seção retangular, com raio interno a, raio externo b e altura h. Para deduzir o valor da indutância, inicialmente tem-se a Equação (20), já mostrada anteriormente, para o cálculo do campo magnético no interior do toróide. As Equações (21) e (22) são utilizadas para o cálculo da indutância e do fluxo magnético, respectivamente:

$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I} \tag{21}$$

$$\phi = \int \int B \cdot dS \tag{22}$$

h

Figura 21 - Toróide de seção retangular

Fonte: Internet

Resolvendo a integral da Equação (22) em função da geometria descrita no problema, e também aplicando a equação da densidade de fluxo magnético (20), chegamos na Equação (23), que representa o fluxo magnético no interior do toróide em Wb:

$$\phi = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot h}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \tag{23}$$

Agora é possível chegar na equação geral que define a indutância do toróide, substituindo a Equação (23) na (21). É importante notar que o termo da corrente que está presente em ambas se cancela, provando que a indutância do toróide não depende do valor da corrente que o percorre. A Equação (24) representa a indutância do toróide em Henry:

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot h}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \tag{24}$$

O termo μ de ambas é a permeabilidade magnética do núcleo, dada pela multiplicação da permeabilidade relativa do material pela permeabilidade magnética do vácuo, que vale $4\pi \cdot 10^{-7}$. De posse da equação teórica da indutância, será feita a simulação no software com as devidas comparações de resultados.

A Figura 21 mostra a perspectiva 3D do indutor simulado no *software*, construído com três anéis de diferentes materiais. Para o cálculo da indutância equivalente, é necessário calcular a indutância de cada núcleo e somá-las, como se fossem três indutores em série.

Figura 22 - Indutor simulado com três anéis de diferentes materiais

Fonte: Autor

A Tabela 1 mostra o material simulado para cada núcleo, bem como as suas respectivas permeabilidades relativas μ_r . Já a Tabela 2 mostra as medidas dos anéis do toróide utilizado.

Quadro 1 - Materiais utilizados no núcleo do toróide

	Material	Permeabilidade relativa
Anel externo	Iron	4000
Anel central	Ferrite	1000
Anel interno	Nickel	6000

Quadro 2 - Raio dos anéis

Raio interno	1.15 mm
R1	1.59 mm
R2	2.89 mm
Raio externo	4.25 mm
Altura	2 mm

Como é possível perceber no desenho da Figura 22, o indutor possui seis espiras. De posse dessas informações, aplicam-se os valores na Equação (24) para calcular a indutância:

$$L_{eq} = \frac{4000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 6^{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi} \cdot ln(\frac{4.25}{2.89}) + \frac{1000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 6^{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi} \cdot ln(\frac{2.89}{1.59}) + \frac{600 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 6^{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi} \cdot ln(\frac{1.59}{1.15})$$

$$L_{eq} = 22.21 \cdot 10^{-3} + 8.6 \cdot 10^{-6} + 2.79 \cdot 10^{-6}$$

$$L_{eq} = 33.6 \,\mu H \tag{25}$$

Para realizar o cálculo da indutância corretamente no *software*, é preciso agrupar as excitações das espiras em uma matriz, que será utilizada na simulação para definir uma ligação série entre as seis bobinas. A corrente definida foi de 10 A, e a Figura 23 mostra o cálculo da indutância pelo software, cujo resultado foi bem próximo do teórico calculado pelo conjunto exposto na Equação (25). O software consegue calcular a indutância com uma precisão considerável, e o próximo passo será simular o indutor com um núcleo uniforme, para cada material individualmente, e calcular os resultados. A Tabela 3 mostra um comparativo de todos os resultados da simulação.

Figura 23 - Resultado do cálculo da indutância para o toróide

Profile Con	vergence	Force Torque	Matrix Mesh Statist	ics		
Parameter:	Matrix 1	•	Туре:	Incremental Inductance	-	Export Solution
Pass:	2	Ψ.	Inductance Uni	ts: uH	•	Export Circuit
						▼ PostProcessed
	Group1					
Group1	33.672					

Quadro 3 - Cálculo das indutâncias

Núcleo	Indutância
Três materiais	33.672 μ <i>H</i>
Ferro	75.352 μ <i>H</i>
Ferrite	18.859 μ <i>H</i>
Níquel	11.327 μ <i>H</i>

Fonte: Autor

O resultado retornado pelo *software* foi dentro do esperado e a maior indutância foi do toróide com de ferro, pois possui a maior permeabilidade relativa entre os três materiais. O segundo maior foi o toróide com os três anéis, que é equivalente a três indutores associados em série. Como é possível inferir a partir da Equação (24), a indutância é diretamente proporcional à permeabilidade magnética do material que compõe o núcleo e ao variar o valor dessa permeabilidade, a indutância varia de maneira linear e proporcional.

Para finalizar, os plots do vetor campo magnético no núcleo do indutor. Da Lei de Ampére, é possível concluir que o campo magnético vale zero para a região interna e externa do toróide, visto que nessas regiões não temos corrente. Ou seja, o campo magnético está todo confinado no interior do toróide. A Figura 24 mostra essa distribuição para os quatro tipos de indutores usados na simulação.

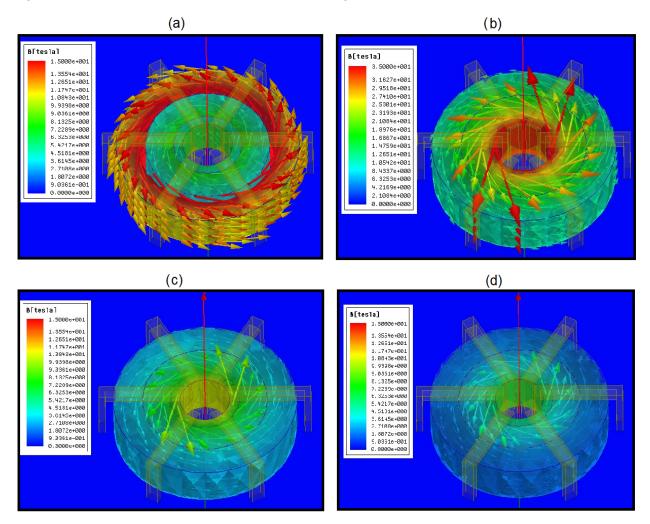


Figura 24 - Distribuição do vetor densidade de fluxo magnético B no interior dos indutores

Na Figura 24, (a) apresenta o indutor de três anéis, com o anel externo formado pelo núcleo de ferro, o anel central pelo núcleo de ferrite e o anel interno é feito de níquel. Nas demais figuras o indutor possui um núcleo uniforme, sendo a figura (b) o toróide de núcleo de ferro e nas figuras 24(c) e 24(d) os núcleos de *Ferrite* e *Nickel*, respectivamente. A escala das Figuras 24(a), 24(c) e 24(d) é a mesma, com a legenda variando de 0 até 15 T. Apenas na Figura 24(b) a escala ficou diferente, variando entre 0 e 35 T, pois o campo magnético dessa simulação ficou muito maior que o das outras, em virtude do núcleo de *Iron* possuir uma alta permeabilidade.

3.3 Transformador monofásico

A simulação do transformador monofásico tem início com a escolha do modo de simulação, que será o "Transient". Em seguida deve ser desenhada a geometria do equipamento no ambiente CAD do Maxwell e feitas as definições dos materiais que compõem o transformador. Os enrolamentos são de cobre e o núcleo será composto do material "*steel_1008*", que tem a sua curva B-H representada no gráfico 3.

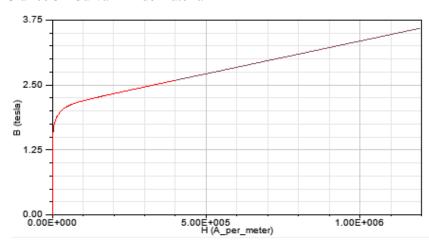


Gráfico 3 - Curva B-H do material

Fonte: ANSYS Maxwell

No ANSYS Maxwell os enrolamentos podem ser representados por dois tipos de condutores: "Solid" e "Stranded". O tipo Solid considera os condutores como uma parte sólida e leva em consideração os efeitos de correntes parasitas e demais efeitos CA. Já o tipo Stranded considera os enrolamentos como fios infinitos de pequenos condutores, e dessa forma não há correntes parasitas. Nesta simulação usaremos o tipo stranded.

O transformador possui 250 espiras no primário e 50 espiras no secundário, sendo a tensão de entrada senoidal com 380V de valor de pico. Feitas as definições corretamente, o programa retornou os plots da densidade de fluxo magnético no núcleo, bem como as linhas de fluxo no mesmo. Ambas são representadas pelas Figuras 25 e 26, respectivamente.

Figura 25 - Vetor densidade de fluxo magnético no núcleo do transformador

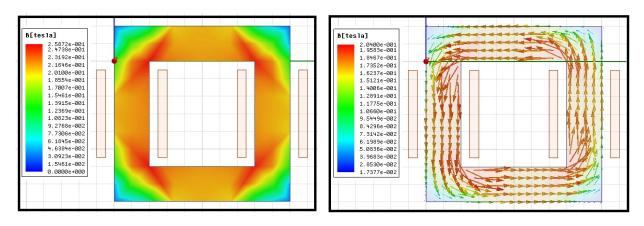
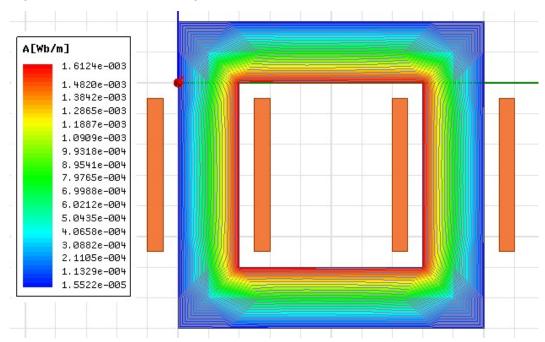


Figura 26 - Linhas de fluxo magnético



3.4 Transformador trifásico

Para o transformador trifásico, será realizada a simulação com diferentes materiais em seu núcleo, para observar o comportamento do campo magnético nessas condições. Primeiramente vamos usar o material "steel_1008", o mesmo utilizado no transformador monofásico, com a curva B-H representada no Gráfico 3. Para simplificar a simulação, será usado o tipo *Stranded* e a Figura 27 nos mostra uma vista superior do transformador. Os enrolamentos internos representam o primário, enquanto os externos são o secundário do transformador.

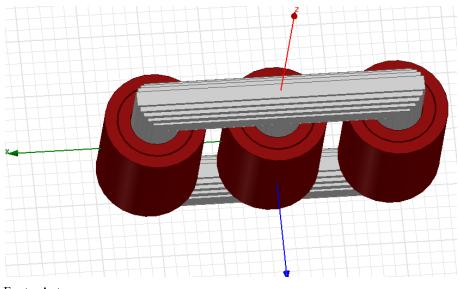


Figura 27 - Vista superior do transformador em 3D

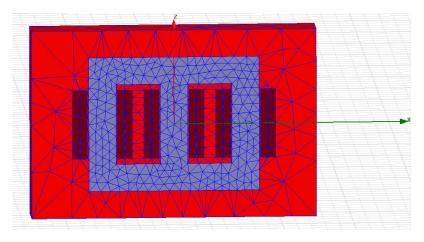
Fonte: Autor

Após a definição dos materiais e da geometria, é definido o *solver transient* para uma análise no domínio do tempo. Esse modo requer a inserção manual de uma malha, atribuída através do comprimento máximo dos elementos, no caso o valor máximo foi de 10000, e a malha de elementos finitos do transformador está representada na Figura 28. O passo de integração foi de 0.5ms, iniciando em 0 até 100 ms, sendo esse o intervalo de representação dos gráficos da simulação. Além disso, a potência nominal é de 1.5 kVA e a tensão de pico no primário será de 54V com uma frequência de 60 Hz. Os enrolamentos no primário estão dispostos com 100

espiras, enquanto do secundário possuem 400 espiras, ou seja, temos um transformador trifásico com uma relação de transformação de 0,25. A Equação (26) mostra as tensões de excitação do primário do transformador, que possuem uma exponencial que adiciona um efeito de subamortecimento nas formas de onda, ocasionando uma simulação mais rápida.

$$\begin{cases} v_a(t) = V_{pi\,co}(1 - e^{-50t}) \cdot \cos(2\pi \cdot 60) \\ v_b(t) = V_{pi\,co}(1 - e^{-50t}) \cdot \cos(2\pi \cdot 60 + 120^\circ) \\ v_c(t) = V_{pi\,co}(1 - e^{-50t}) \cdot \cos(2\pi \cdot 60 - 120^\circ) \end{cases}$$
(26)

Figura 28 - Malha de elementos finitos do sistema



Fonte: Autor

Com todas as definições aplicadas corretamente, o programa retorna os gráficos das tensões induzidas nos enrolamentos primário e secundário, bem como as correntes nesses mesmos enrolamentos e as perdas totais nos enrolamentos do transformador, todas representadas nos Gráficos 4, 5 e 6, respectivamente.

Gráfico 4 - Tensões induzidas nos enrolamentos

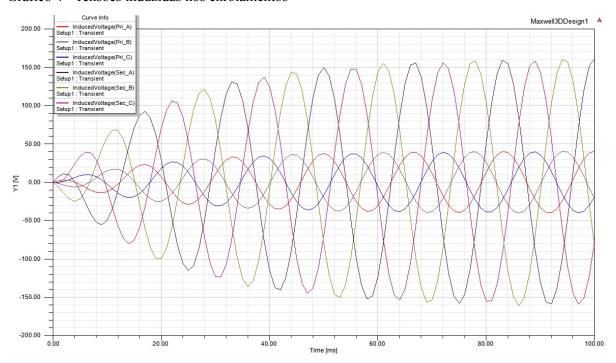
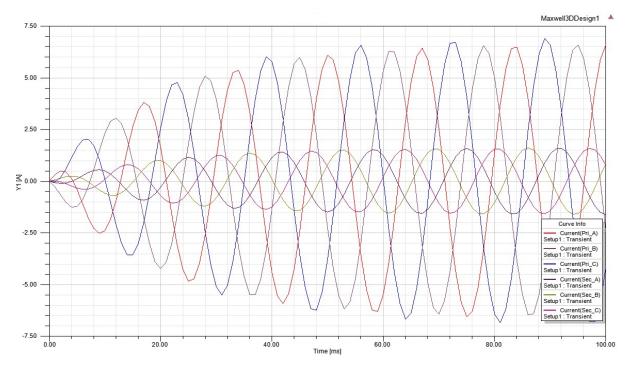


Gráfico 5 - Correntes nos enrolamentos do transformador



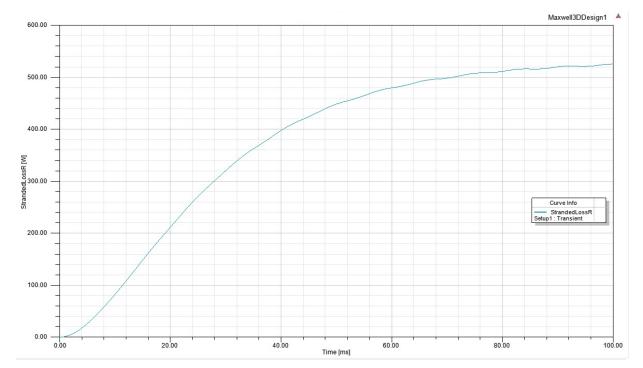


Gráfico 6 - Perdas totais nos enrolamentos do transformador

O ANSYS também permite a visualização bidimensional e tridimensional dos campos magnéticos, conforme já visto nas simulações anteriores. Essa pode ser uma grande ferramenta para um completo entendimento de como funciona a variação do módulo, direção e sentido do vetor densidade de fluxo magnético, pois é possível criar uma animação de como essa grandeza vetorial se comporta ao longo do tempo. Na Figura 29 temos uma representação da distribuição e análise vetorial da densidade de fluxo magnético no núcleo.

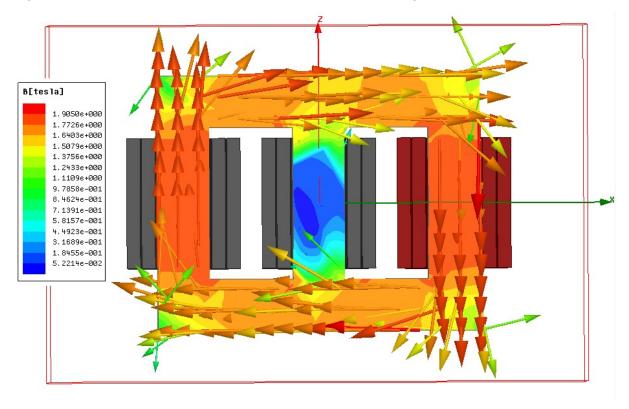
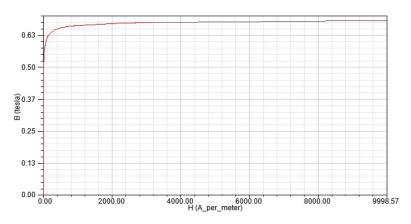


Figura 29 - Distribuição e análise vetorial da densidade de fluxo magnético B (em Teslas)

Para efeitos de comparação, vamos simular o campo magnético do transformador usando outro material na composição do núcleo. O novo material será o Mu metal, que é uma liga ferromagnética macia composta majoritariamente de níquel e ferro, mas que também possui cobre e cromo na sua composição, em diferentes concentrações, que possuem alta permeabilidade magnética. A curva B-H no Mu metal está representada no Gráfico 7.

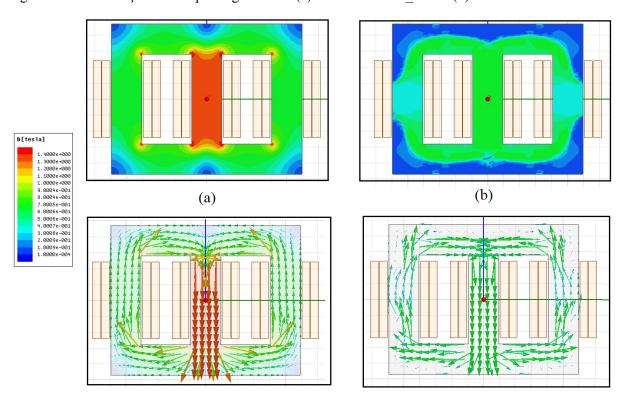
Gráfico 7 - Curva de histerese do Mu metal



Fonte: ANSYS Maxwell

A Figura 30 apresenta um comparativo entre a distribuição e análise vetorial do campo magnético para os diferentes núcleos utilizados na simulação. Na Figura 30(a) temos o núcleo composto pelo material "*steel 1008*" e na Figura 30(b) o núcleo de Mu metal.

Figura 30 - Distribuição do campo magnético B. (a) núcleo de steel_1008 (b) núcleo de Mu metal



O material utilizado na Figura 30(a) possui maior permeabilidade magnética, e consequentemente sua relutância será inferior à liga de níquel e ferro utilizada na Figura 30(b). Por conta disso, a distribuição do fluxo magnético tem módulo superior na Figura 30(a), como é possível perceber através do comparativo. Ambas as representações estão na mesma escala, representada à esquerda da figura.

3.5 Motor de Indução Trifásico

O *software* oferece uma ferramenta chamada *RMxprt*, que facilita a construção e simulação de diversos tipos de máquinas elétricas. Trata-se de alguns modelos pré definidos dos mais variados tipos de máquinas, que fornecem cálculos analíticos rápidos do desempenho da máquina e criação da geometria, seja ela bidimensional ou tridimensional. Entretanto é necessário ter cuidado na definição dos parâmetros para que as malhas não entrem em conflito e os cálculos sejam realizados corretamente pelo programa.

Ao contrário das outras simulações utilizadas neste projeto de graduação, em que era necessário fazer o desenho da simetria no ambiente CAD do *software*, essa ferramenta permite que o usuário insira apenas os parâmetros de geometria e materiais das máquinas, gerando os modelos 2D e 3D desejados automaticamente. Os dados e curvas de desempenho podem ser obtidos para diferentes tipos de carga

3.5.1 Parâmetros construtivos da simulação

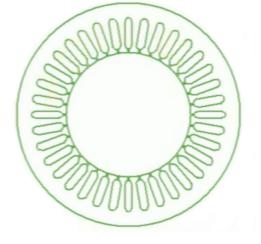
A simulação tem início com a definição de alguns parâmetros como o tipo de carga, que para essa simulação será potência constante. Prosseguindo, tem-se a potência de saída, tensão terminal do motor de indução e velocidade do rotor, frequência e conexão dos enrolamentos. Em seguida é definido o número de pólos, e algumas perdas do motor, como as perdas por atrito e ventilação e as perdas suplementares. Todos os parâmetros estão apresentados no Quadro 4.

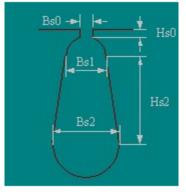
Quadro 4 - Parâmetros do motor

Potência de saída	1100W
Tensão terminal	380 V
Velocidade nominal	2816 rpm
Frequência	50 Hz
Conexão dos enrolamentos	Y
Número de pólos	2
Perdas por atrito	11 W
Perdas por ventilação	10 W

O próximo passo é a definição dos parâmetros construtivos da máquina no RMxprt, começando com o estator. Existem seis geometrias diferentes de ranhuras disponíveis no programa, nesse projeto será usado o tipo 1, representado na Figura 31, bem como os valores de suas medidas. O tipo de ranhura semi fechada é a abordagem mais utilizada em motores de indução, pois a área efetiva da face dos dentes é maior e isso reduz a intensidade da corrente de magnetização e a relutância do entreferro. Além disso, melhora a eficiência e o fator de potência da máquina.

Figura 31 - Geometria das ranhuras do estator





Hs0	2	mm
Hs2	15	mm
Bs0	1	mm
Bs1	5	mm
Bs2	5	mm

20

21

25 26 27

31

32 33

10

16

17

Além das definições de geometria das ranhuras do estator, nessa fase da montagem do motor no programa foi definido o diâmetro externo do estator de 140 mm, diâmetro interno de 78 mm, 250 mm de comprimento, 36 ranhuras no estator, fator de empilhamento das bobinas de 0,95.

Para finalizar a construção do estator, o último passo é definir os aspectos construtivos dos enrolamentos, representada na Figura 32 juntamente com a disposição dos enrolamentos nas ranhuras, indicando qual a sua respectiva fase. É importante frisar que o passo a passo dessa simulação, se desenvolvido pelo professor de máquinas elétricas numa aula prática com seus alunos, pode ser muito proveitosa do ponto de vista didático, pois está sendo abordado diretamente o aspecto construtivo do motor de indução trifásico, além dos resultados que serão mostrados ao final na forma de gráficos e plots. Isso implica numa melhor fixação do conteúdo pelos alunos pois estão visualizando a montagem do motor no software e como cada parte se encaixa.

Turns In Slot Out Slot 30 30 30 30 30 30

Figura 32 - Disposição dos enrolamentos nas ranhuras do estator

Para o motor de indução trifásico, o enrolamento do estator, com distribuição espacial senoidal, é conectado a uma fonte de alimentação de tensão simétrica trifásica. As correntes resultantes no estator produzem um campo magnético rotativo. O enrolamento do rotor é do tipo gaiola de esquilo com o número de pólos ditado pelo número de pólos no estator. As correntes são induzidas nas barras do rotor e produzem, por sua vez, um segundo campo magnético rotativo. Os dois campos rotativos produzem um campo magnético rotativo no entreferro da máquina. A interação deste campo no entreferro com as correntes da barra do rotor produz um torque eletromagnético, que atua no rotor na direção da rotação do campo no entreferro. Um torque de igual valor atua sobre o estator na direção oposta.

O enrolamento do estator, que está conectado a uma fase do sistema de alimentação, possui p bobinas, cada uma com um distribuição espacial simétrica e uma abertura de $\pi D/2p$, onde D é o diâmetro do enrolamento, que parece este projeto terá um valor de 0,683mm. Neste caso, o campo magnético no entreferro tem p períodos e o enrolamento tem p pares de pólos. O desempenho dos motores de indução trifásicos será posteriormente analisado com base no circuito equivalente de uma fase no domínio da frequência, como mostrado anteriormente na Figura 14.

O processo de construção do rotor tem início com a definição dos parâmetros construtivos, assim como feito no estator. Para o rotor o *software* disponibiliza quatro tipos de geometria, sendo que a escolhida foi a que está exposta na Figura 27, juntamente com suas dimensões. O diâmetro externo do rotor é de 76 mm, enquanto o diâmetro interno é de 32mm. O comprimento é o mesmo do estator (250mm) com 28 ranhuras. É de extrema importância que esses parâmetros construtivos sejam proporcionais aos do estator para que o encaixe seja correto e o programa realize a simulação. Caso sejam escolhidas geometrias incoerentes ou dimensões inapropriadas, o programa não valida a solução ou retorna resultados incoerentes.

Hs0 2 mm Hs01 2 mm

3

5

Figura 33 - Geometria das ranhuras do rotor

Fonte: Autor

3.5.2 Validação dos resultados

Com todos os aspectos construtivos do motor definidos, podemos iniciar a simulação e seus respectivos resultados. Os dados exibidos na Figura 36 foram extraídos do RMxprt e mostram as perdas do motor de indução, bem como a sua eficiência, fator de potência, torque e escorregamento. A seguir temos na Figura 34 os parâmetros do circuito equivalente do motor, e na Figura 35 os parâmetros elétricos, que serão utilizados para validar os resultados experimentais através dos cálculos.

Figura 34 - Parâmetros do circuito equivalente

Stator Resistance	9.19977	ohm
Stator Leakage Reactance	5.86549	ohm
Rotor Resistance	3.76939	ohm
Rotor Leakage Reactance	38.2772	ohm
Iron-Core Loss Resistance	2092.48	ohm
Magnetizing Reactance	169.949	ohm
Stator Slot Leakage Reactance	3.95859	ohm
Stator End Leakage Reactance	1.20989	ohm
Stator Differential Leakage Reactance	0.697011	ohm
Rotor Slot Leakage Reactance	36.3729	ohm
Rotor End Leakage Reactance	0.190969	ohm
Rotor Differential Leakage Reactance	0.784734	ohm
Skewing Leakage Reactance	0.357203	ohm

Figura 35 - Parâmetros elétricos

Stator Phase Current	3.30985	Α
Magnetizing Current	1.08427	Α
Iron-Core Loss Current	0.0880634	Α
Rotor Phase Current	2.54454	Α
Armature Thermal Load	131.784	A^2/mm^3
Specific Electric Loading	14587.7	A_per_meter
Armature Current Density	9033930	A_per_m2
Rotor Bar Current Density	1857940	A_per_m2
Rotor Ring Current Density	16762800	A_per_m2

Para validação dos resultados, será feito o cálculo de algumas perdas do motor de indução trifásico. Utilizando a Equação (9) é possível encontrar as perdas no cobre do estator, apresentada na Equação (27), enquanto (13) mostra as perdas no cobre do rotor, calculada na Equação (28). As informações acerca dos parâmetros do circuito equivalente se encontram na Figura 34, e as correntes do rotor e estator estão dispostas na Figura 35.

$$P_{PCE} = 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2$$

$$P_{PCE} = 3 \cdot 9.19977 \cdot 3.30985^2$$

$$P_{PCE} = 302.35339 W$$
(27)

$$P_{PCR} = 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2$$

$$P_{PCR} = 3 \cdot 3.76939 \cdot 2.54454^2$$

$$P_{PCR} = 73.2168 W$$
(28)

Da equação (8), temos que a velocidade nominal vale 2816.05 rpm, e multiplicando por $\frac{2\pi}{60}$ fica 294.896 rad/s. Assim, tem-se a Equação (29) com a potência de saída:

$$P_{SA\hat{1}DA} = \tau \cdot \omega$$

$$P_{SA\hat{1}DA} = 3.72895 \cdot 294.896$$

$$P_{SA\hat{1}DA} = 1099.65268 W$$
 (29)

Por fim encontramos o valor das perdas no núcleo na Equação (30):

$$P_{N\acute{U}CLEO} = 3 \cdot R_C \cdot I_C^2$$

$$P_{N\acute{U}CLEO} = 3 \cdot 2092.48 \cdot 0.0880634^2$$

$$P_{N\acute{U}CLEO} = 48.68256 W$$
(30)

Todos os resultados calculados estão dispostos na Figura 36, validando assim os resultados teóricos da simulação, que se mostram condizentes com a realidade por meio desses cálculos.

Figura 36 - Performance do motor

Stator Ohmic Loss	302.353	W
Rotor Ohmic Loss	73.2168	W
Iron-Core Loss	48.6826	W
Frictional and Windage Loss	21.2361	W
Stray Loss	11	W
Total Loss	456.488	W
Output Power	1099.65	W
Input Power	1556.14	W
Efficiency	70.6654	%
Power Factor	0.709278	
Rated Torque	3.72895	NewtonMeter
Rated Speed	2816.05	rpm
Rated Slip	0.0613151	

3.5.3 Curvas de performance do motor de indução no RMxprt

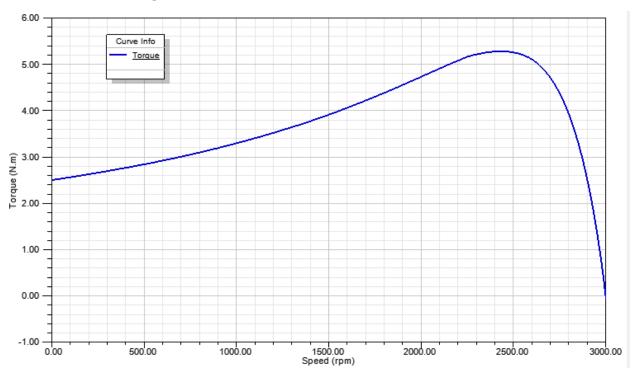


Gráfico 8 - Curva de Torque x Velocidade

Fonte: Autor

O Gráfico 8 representa a curva de Torque vs. Velocidade do motor de indução simulado no software. A curva tem início na condição de rotor bloqueado, quando a velocidade vale zero. O valor do torque de partida calculado foi 2,4993 N.m. Em seguida é possível perceber que o torque máximo vale aproximadamente 5,27352 N.m, conforme também foi retornado na aba "Break-down operation" do programa, sendo esse o valor do torque de ruptura. O torque de ruptura é o valor máximo atingido antes do torque começar a diminuir para que a máquina atinja as condições nominais. O motor não pode exceder esse torque, e a sua curva é praticamente linear entre a operação sem carga e com carga máxima. Essa curva é a principal do motor de indução e na Figura 37 temos as outras curvas do motor de indução que são possíveis de visualizar no programa. Após todas essas análises do motor no ambiente do RMxprt, o próximo passo é gerar um modelo 2D para o Maxwell para visualizar as demais funções do programa,

como o plot do campo magnético no motor, linhas de fluxo e demais funções já vistas nas outras simulações. A Figura 38 mostra o corte em 2D do motor de indução trifásico já no ambiente 2D do *ANSYS Maxwell*. Para as representações de campo magnético e linhas de fluxo, o software representa um corte do motor com os seus respectivos plots.

Corrente de fase(A) x Velocidade (rpm)

Fiscência (%) x Velocidade (rpm)

Figura 37 - Curvas do motor simulado no ANSYS

Fonte: Autor

O torque máximo pode ocorrer em diferentes valores de escorregamento, mas o seu valor não muda. O toque de partida, por sua vez, ocorre quando s=1. Obter um alto torque de partida abaixa as correntes de partida. Como a carga reduzida influi consideravelmente no valor da corrente de partida, deve-se dar partida preferencialmente sem carga. A eficiência e o fator de potência da máquina são baixos para cargas reduzidas, tornando-se maiores com o aumento da carga e atingindo o máximo em correspondência à carga nominal do motor.

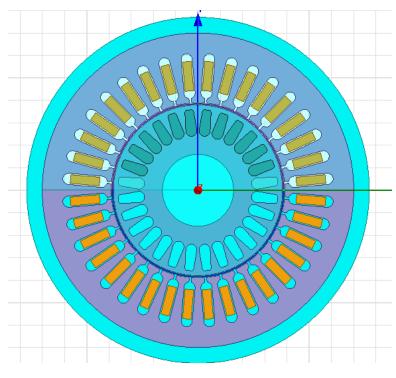


Figura 38 - Vista do motor de indução no Maxwell 2D

A corrente alternada de cada fase produz seu próprio fluxo, que é senoidal. A Figura 39 mostra um plot com a intensidade e direção das linhas de fluxo geradas no estator e rotor do motor de indução gaiola de esquilo. As linhas de fluxo são contínuas, formando laços fechados. Nos pólos as linhas de fluxo são mais densas e à medida que o motor se move, mais linhas de fluxo desaparecem. Tomando como exemplo os pólos de um ímã, onde o campo magnético é mais forte, a densidade de fluxo é maior. Mais longe dos pólos, onde o campo magnético é fraco, as linhas desaparecem, tornando o campo menos denso. Por fim, a Figura 40 traz a representação tridimensional do motor de indução com uma seção transversal, obtida através da simulação no RMxprt.

Figura 39 - Plot do vetor densidade de fluxo magnético em diferentes momentos da operação

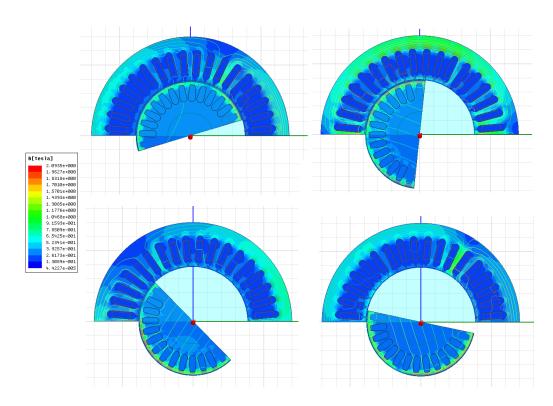
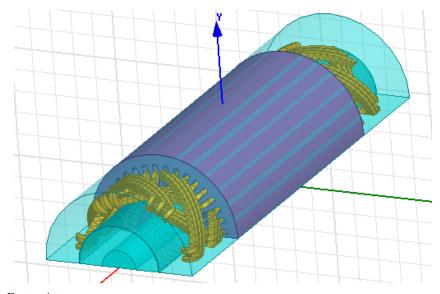


Figura 40 - Vista 3D em corte do motor de indução



4 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho teve como objetivo principal mostrar as aplicações do *software ANSYS Maxwell* para o ensino das disciplinas relacionadas à conversão de energia. As simulações realizadas podem ser de grande importância para o aprendizado em sala de aula pois permitem uma melhor compreensão, de uma maneira quantitativa e qualitativa, dos fenômenos eletromagnéticos lecionados nas disciplinas dessa área a partir da metodologia dos elementos finitos. Quando utilizados em conjunto com o programa, tal método mostra-se extremamente preciso para obter resultados em simulações complexas, desde o nível acadêmico até o nível industrial, visto que é utilizado por grandes empresas para confecção de protótipos, realização de testes, dentre outras aplicações, tornando possível a avaliação das condições de funcionamento de um produto antes da sua fabricação. Isso traz inúmeros benefícios como a redução de falhas e custos. Entretanto, as aplicações dos softwares produzidos pela *ANSYS* não se restringem apenas à área da conversão de energia, sendo o seu uso recomendado em inúmeras outras disciplinas das mais diversas áreas da engenharia, como para simulações de análise térmica, escoamento de fluidos, análise estrutural, etc.

Para trabalhos futuros, fica a sugestão de realizar outros tipos de simulações nos diversos produtos da *ANSYS*, ainda relacionadas ao curso de engenharia elétrica. Como complemento às simulações eletromagnéticas realizadas no ANSYS Maxwell neste trabalho, temos o *software ANSYS HFSS*, utilizado para projetar e simular produtos eletrônicos de alta frequência, como antenas, conjuntos de antenas, componentes de RF ou micro-ondas, interconexões de alta velocidade, filtros, conectores, pacotes IC e placas de circuito impresso.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

V.F. Pinto, A.P. Viana e A.E.A. Oliveira. Revista Conexão Ponta Grossa 9, 2013.

BARRIOS, D. B. O método dos elementos finitos como ferramenta coadjuvante no ensino da disciplina resistência dos materiais, 2007. Disponível em: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 35., 2007, Curitiba. Anais... Curitiba: ABENGE/UnicemP, 2007.

PUC-RIO. Análise de estruturas via ANSYS. Disponível em:

https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/5111/5111_3.PDF

ANSYS. ANSYS Maxwell: Low Frequency Electromagnetic Fields, 2018. Disponível em:

https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-maxwell

ESSS, Tutoriais de Eletromagnetismo, 2018. Disponível em:

http://library.esss.com.br/kit-tutoriais-eletromagnetismo

ESSS, Tutoriais de Máquinas Elétricas, 2018. Disponível em:

http://library.esss.com.br/kit-tutoriais-maquinas-eletricas

FITZGERALD, A. E; KINGSLEY JR, C.; KUSKO A. **Máquinas Elétricas.** McGraw-Hill, 2014.

CHAPMAN, S.J., 2000, Fundamentos de Máquinas Elétricas. McGraw-Hill, 2013.

Universidade de São Paulo. Introdução à Eletromecânica e Automação, O Motor de Indução, 2006. Disponível em:

https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/375427/mod_resource/content/1/MOTOR_DE_INDUC AO_PARTE_TEORICA.pdf.

DeMotor, Rotor gaiola de esquilo, 2018. Disponível em:

https://pt.demotor.net/motores-eletricos/motores-de-corrente-alternada/motor-assincrono/rotor-de-gaiola-de-esquilo

SILVA, A. F. G. et al. A Utilização de Softwares no Ensino e Aprendizagem dos Cursos de Engenharia. São Paulo, 2021

ARAUJO, I. S. Simulação e modelagem computacionais como recursos auxiliares no ensino de física geral. Tese (Doutorado em Ciências) - Programa de Pós-Graduação em Física. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Física, 2005.

ANSYS, Inc. Maxwell Online Help. Canonsburg, PA, 2016.